
ANALISIS ANTREAN DENGAN SISTEM JUMLAH KEDATANGAN BERDISTRIBUSI BETA, WEIBULL, NORMAL, DAN ERLANG (STUDI KASUS GERBANG TOL MUKTIHARJO)

¹Sugito, ²Erna Musri Arlita, ³Diah Safitri, ⁴Abdul Hoyyi, ⁵Rita Rachmawati
^{1,2,3,4,5}Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
Email : sugitozafi@undip.ac.id

ABSTRACT

Semarang is the capital city of Central Java Province so that development in Semarang City progressed very rapidly, this requires transportation facilities and infrastructure that good, smoothly and efficiently. One of the important transport infrastructure for Semarang City is a toll road. Muktiharjo toll gate is one of the exiting toll gate in Semarang City. Muktiharjo toll gate provides two types of service namely booths toll booths, a regular and automated toll booths. The existances two types of toll booths that provided the analysis needs to be done, then the line to find out how the system line that is in Muktiharjo toll gate. The research result obtained the model line at the Muktiharjo toll gate (BETA / G / 3) : (GD / ∞ / ∞) for regular toll road of Surabaya-Semarang direction, (WEIB / G / 1) : (GD / ∞ / ∞) for the Surabaya-Semarang automatic toll booth, (NORM / G / 2) : (GD / ∞ / ∞) for the regular toll road of Semarang-Surabaya and (ERLA / G / 2) : (GD / ∞ / ∞) Semarang-Surabaya automatic toll road. Based on simulation using Arena software, the addition of substations can reduce the waiting time of vehicles in line, while substation reduction can extend the waiting time of vehicles in line.

Keyword : *Queue theory, Queue simulation, Regular toll gate, Automatic toll gate, Arrival, Service.*

PENDAHULUAN

Semarang merupakan ibukota dari Provinsi Jawa Tengah sehingga pembangunan di Kota Semarang mengalami kemajuan yang sangat pesat. Di Kota Semarang, ruas jalan menampung volume kendaraan yang lebih besar dari kapasitas jalan terutama pada saat jam sibuk hingga menimbulkan kemacetan dan menyebabkan menurunnya kualitas pelayanan jalan [10].

Proses antrean sendiri merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam

baris antrean jika belum dapat dilayani, dilayani, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani [7]. Untuk mengatasi antrean yang terjadi di gerbang tol maka PT. Jasa Marga telah menerapkan sistem tol elektronik atau *Electronic Toll Collecting* (ETC) sebagai upaya untuk mempercepat sistem pengumpulan tol.

Electronic tolling diharapkan menjadi solusi demi menciptakan kesuksesan jalan tol yang efisien bagi pengguna maupun penyedia layanan. Namun, pada fakta di lapangan penggunaan *e-toll* sebagai alat pembayaran yang dianggap lebih cepat, efektif dan efisien masih jauh lebih sedikit dibanding pengguna tol

yang menggunakan sistem pengumpulan tol regular. Hal ini mengakibatkan masih terjadinya kemacetan pada gardu tol saat jam sibuk. Untuk mengetahui efektifitas pelayanan gardu tol maka perlu dilakukan analisis sistem antrian pada gardu tol otomatis serta analisis pada gardu tol regular.

Topik antrian sendiri telah banyak dibahas diantaranya oleh [1] dan [3]. Hasil dari kedua penelitian tersebut model antrian yang sesuai dengan kondisi fasilitas pelayanan adalah model $(G/G/c):(GD/\infty/\infty)$. Pada penelitian ini model antrian general akan dianalisis lebih lanjut untuk mendapatkan distribusi data kedatangan kendaraan dan data pelayanan gardu tol, sehingga akan didapatkan model antrian dan ukuran kinerja sistem secara tepat serta dapat memudahkan dalam menganalisis kondisi dan kemampuan fasilitas pelayanan Gerbang Tol Muktiharjo.

Teori antrian diawali oleh Agner Kraup Erlang, seorang ilmuwan asal Denmark dengan mempublikasikan makalah mengenai Queuing Theory pada tahun 1909 untuk pertama kali. Penemuan terjadi saat mengamati masalah kepadatan penggunaan telepon Copenhagen Telephone dimana pada saat-saat sibuk peminta harus menunggu untuk bisa disambungkan dengan nomor yang dikehendaki karena padatnya lalu lintas komunikasi [12]. Menurut [2], suatu sistem antrian adalah himpunan pelanggan, pelayan, dan suatu aturan yang mengatur kedatangan pada pelanggan dan memproses masalahnya.

Menurut [7], terdapat beberapa faktor penting terkait dengan sistem antrian yaitu distribusi kedatangan, distribusi waktu pelayanan, fasilitas pelayanan, disiplin pelayanan, ukuran dalam antrian dan sumber pemanggil.

Menurut [12], ada empat macam konfigurasi fasilitas pelayanan dalam sebuah sistem antrian yaitu *single channel single phase*, *single channel*

multiple phase, *multiple channel single phase*, dan *multiple channel multiple phase*

Menurut [11], ada empat bentuk disiplin pelayanan yang biasa digunakan, yaitu *First Come First Served (FCFS)*, *Last Come First Served (LCFS)*, *Services in Random Order (SIRO)*, dan *Priority Service (PS)*.

Menurut [7], bentuk kombinasi proses kedatangan dengan pelayanan pada umumnya dikenal dengan standar universal, yaitu $(a/b/c):(d/e/f)$ dimana simbol a, b, c, d, e dan f merupakan unsur-unsur dari model baris antrian. Penjelasan dari simbol-simbol ini adalah sebagai berikut:

a = distribusi kedatangan (*Arrival Distribution*)

b = distribusi waktu pelayanan atau keberangkatan (*Service Time Departure*)

c = jumlah pelayan dalam paralel (di mana $c = 1, 2, 3, \dots$)

d = disiplin pelayanan, seperti FCFS, LCFS, SIRO, atau PS

e = jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem

f = jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber.

Ketika suatu antrian mulai berjalan keadaan sistem akan sangat dipengaruhi oleh keadaan awal dan waktu yang telah dilalui. Dalam keadaan ini sistem dikatakan dalam kondisi *transient*. Tetapi bila berlangsung secara terus menerus sistem ini akan independen terhadap keadaan awal dan terhadap waktu yang telah dilaluinya. Keadaan ini disebut kondisi *steady-state* [6].

Kondisi *steady state* terpenuhi apabila $\lambda < \mu$ sehingga $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$, dengan λ adalah jumlah rata-rata pelanggan yang datang dan μ adalah rata-rata laju pelayanan. Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja antara lain yaitu jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem, jumlah pelanggan yang

diperkirakan dalam antrean, waktu menunggu yang diperkirakan dalam sistem dan waktu menunggu yang diperkirakan dalam antrean [13].

Menurut [5], pada umumnya dalam proses antrean diasumsikan bahwa waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, atau sama dengan rata-rata kedatangan dan rata-rata pelayanannya mengikuti distribusi poisson.

Menurut [4], Uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk menentukan sampai berapa jauh data sampel yang ditarik dari populasi yang tidak diketahui cocok dengan model tertentu yang ditawarkan. Uji kecocokan distribusi bermanfaat untuk mengetahui sampai sejauh mana suatu model mampu mendekati situasi nyata yang digambarkan. Uji ini memusatkan perhatian pada dua fungsi distribusi kumulatif yaitu distribusi kumulatif yang dihipotesiskan dan kumulatif yang teramati. Langkah-langkah uji Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut:

- a. Menentukan hipotesis
 H_0 : Distribusi sampel mengikuti distribusi yang ditetapkan
 H_1 : Distribusi sampel tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan
- b. Menentukan taraf signifikansi
 Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$
- c. Statistik Uji
 $D = \text{Sup} | S(x) - F_0(x) |$
 dengan :
 $S(x)$: fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel
 $F_0(x)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif)
- d. Kriteria Uji
 Menolak H_0 pada taraf signifikansi α apabila $D > \text{nilai } D^*(1-\alpha)$. Nilai $D^*(1-\alpha)$ adalah nilai kritis yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

Terdapat beberapa model dalam sistem antrean, dua diantaranya adalah model

(M/M/c):(GD/∞/∞) dan (G/G/c):(GD/∞/∞).

a. Model Antrean (M/M/c):(GD/∞/∞)
 Menurut [13], pada model (M/M/c):(GD/∞/∞), jika jumlah pelanggan dalam sistem adalah n sama dengan atau lebih besar dari c maka laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut adalah c . jika n lebih kecil dari c , laju pelayanan adalah $n\mu$. Maka, probabilitas n pelanggan dapat ditulis sebagai berikut:

$$p_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} p_0, & 0 \leq n \leq c \\ \frac{\lambda^n}{c!c^{n-c}\mu^n} p_0, & n > c \end{cases}$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!(1-\frac{\rho}{c})} \right\}^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1$$

Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model antrean (M/M/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut:

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 = \left[\frac{c\rho}{(c-\rho)^2} \right] p_c$$

$$L_s = L_q + \rho$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

b. Model Antrean (G/G/c):(GD/∞/∞)
 Menurut [5], model antrean (G/G/c):(GD/∞/∞) adalah model antrean dengan pola kedatangan berdistribusi umum (general) dan pola pelayanan berdistribusi umum (general) dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c , $c = 1, 2, 3, \dots$. Disiplin antrean yang digunakan pada model ini adalah umum yaitu FCFS (*First Come First Service*), kapasitas maksimum yang diperbolehkan dalam sistem adalah tak hingga, dan memiliki sumber pemanggilan tak hingga. Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model

$(G/G/c):(GD/\infty/\infty)$ adalah sebagai berikut :

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2} =$$

$$L_{qM/M/c} \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$

dengan:

$v(t)$ adalah varian dari waktu pelayanan
 $v(t')$ adalah varian dari waktu antar kedatangan

$$L_s = L_q + \rho$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Pada penelitian ini ada beberapa distribusi yang digunakan, yaitu Distribusi Beta, Distribusi Weibull, Distribusi Normal Dan Distribusi Erlang.

Distribusi Beta adalah distribusi kontinu yang fleksibel namun dibatasi pada rentan terbatas yang digunakan untuk model probabilitas [9]. Fungsi densitas distribusi Beta dengan parameter α dan β adalah

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1},$$

$$0 < x < 1$$

dengan parameter $\alpha > 1$ dan $\beta > 0$.

Sementara rata-rata dan variansi pada distribusi Beta adalah

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)}$$

Menurut [14], distribusi Weibull sering dipakai dalam menangani masalah seperti keandalan dan uji umur. Fungsi densitas distribusi Weibull dengan parameter α dan β adalah

$$f(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^\beta}, \quad t > 0$$

dengan $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$. Sementara rata-rata dan variansi pada distribusi Weibull adalah

$$\mu = \alpha^{-1/\beta} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\sigma^2 = \alpha^{-1/\beta} \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\}$$

Menurut [14], pada tahun 1733 DeMoivre menemukan persamaan matematika kurva normal yang menjadi dasar banyak teori statistika. Distribusi normal sering pula disebut distribusi

Gauss. Fungsi densitas distribusi normal dengan parameter rata-rata (μ) dan variansi (σ^2) adalah

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

Menurut [8], Distribusi Erlang adalah distribusi kontinu yang merupakan distribusi khusus dari distribusi khusus dari distribusi Gamma. Fungsi densitas distribusi Erlang dengan parameter k dan β adalah

$$f(x) = \frac{\beta^{-k} x^{k-1} e^{-x/\beta}}{(k-1)!}, \quad x > 0$$

dengan k adalah bilangan bulat positif. Sementara rata-rata dan variansi pada distribusi Erlang adalah

$$\mu = k\beta \quad \sigma^2 = k\beta^2$$

METODE PENELITIAN

Sumber Data dan Variabel Penelitian

Penelitian dilaksanakan di gerbang tol Muktiharjo, dimulai pada hari Senin, 20 Maret 2017 hingga Sabtu, 25 Maret 2017 pada pukul 07.00 sampai pukul 17.00 WIB. *Software* yang digunakan yaitu XNote Stopwatch, Microsoft Excel 2013, SPSS 19, WinQSB 1.0, dan Arena 14.0. Data yang diamati yaitu waktu kedatangan kendaraan, waktu pelayanan kendaraan dimulai, dan waktu pelayanan kendaraan berakhir. Data yang diperoleh kemudian disusun berdasarkan interval yang ditentukan.

Metode Analisis

Langkah pelaksanaan penelitian dan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pengamatan secara langsung untuk mendapatkan data jumlah kedatangan dan data waktu pelayanan dalam satuan waktu yang ditentukan.
2. Data yang diperoleh harus memenuhi kondisi *steady-state*. Jika kondisi *steady-state* belum terpenuhi maka perbaikan sistem pelayanan dapat dilakukan dengan menambah gardu

pelayanan yang disesuaikan dengan situasi dan kondisi di gerbang tol.

3. Melakukan uji kesesuaian distribusi untuk mengetahui distribusi dari jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Pada uji ini, jika hipotesis diterima maka dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi Poisson, jika hipotesis ditolak maka data dianggap mengikuti distribusi umum (*General*).
4. Menentukan karakteristik dan model sistem antrean yang sesuai.
5. Menentukan ukuran kinerja sistem, yaitu Lq , Ls , Wq , dan Ws .
6. Membuat hasil dan pembahasan yang diperoleh dari ukuran kinerja sistem, sehingga diperoleh suatu model yang optimal.
7. Mengambil kesimpulan dari hasil analisis yang telah diperoleh mengenai pelayanan di gerbang tol Muktiharjo.

HASIL PENELITIAN

Gerbang tol Muktiharjo adalah pintu gerbang tol Semarang-Surabaya yang berlokasi di Sawah Besar, Gayamsari, Kota Semarang. Gerbang Tol ini memiliki total delapan gardu pelayanan, dengan rincian empat gardu pelayanan untuk arah Surabaya-Semarang, dan empat gardu pelayanan untuk arah tujuan Semarang-Surabaya. Jumlah gardu untuk arah Surabaya-Semarang yaitu tiga Gardu Tol Reguler (GTR) dan satu Gerbang Tol Otomatis (GTO), sedangkan untuk arah Semarang-Surabaya terdapat masing-masing dua Gardu Tol Reguler (GTR) dan Gardu Tol Otomatis (GTO).

Jumlah lalu lintas total kendaraan untuk arah Surabaya-Semarang pada hari Senin-Rabu serta arah Semarang-Surabaya pada hari Kamis-Sabtu pada

pukul 07.00-17.00 WIB dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Jumlah total lalu lintas kendaraan

Hari	Surabaya-Semarang		Hari	Semarang-Surabaya	
	GTO	GTR		GTO	GTR
Senin	1545	6515	Kamis	2511	6395
Selasa	1476	6247	Jumat	2488	6406
Rabu	1474	6393	Sabtu	2034	6229

Analisis Ukuran Steady State dari Kinerja Sistem Pelayanan

Nilai tingkat kegunaan fasilitas pelayanan untuk setiap gardu adalah kurang dari 1 artinya rata-rata jumlah kedatangan kendaraan tidak melebihi rata-rata tingkat pelayanan yang diberikan, sehingga dapat dikatakan bahwa sistem antrean memenuhi kondisi *steady-state*. Ini berarti tiap pelanggan yang datang dapat dilayani oleh setiap gardu sehingga dapat dikatakan pelayanan pada gerbang tol Muktiharjo sudah cukup baik sehingga dapat dilakukan perhitungan ukuran kinerja sistem untuk antrean yang ada di gerbang tol Muktiharjo. Nilai ukuran steady state dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Ukuran Steady State dari Kinerja Sistem Pelayanan

Gardu	ρ
Surabaya-Semarang Gardu Reguler	0,30749096
Surabaya-Semarang Gardu Tol Otomatis	0,12581838
Semarang-Surabaya Gardu Reguler	0,35571123
Semarang-Surabaya Gardu Tol Otomatis	0,104601

Pada uji kecocokan distribusi akan ditentukan kebenaran asumsi bahwa jumlah kedatangan pada gerbang tol Muktiharjo mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan kendaraan mengikuti distribusi Eksponensial. Dari uji kecocokan distribusi diperoleh nilai statistik uji dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji Kecocokan Distribusi dengan Data Jumlah Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Gardu	Data	sig	Keputusan
Surabaya-Semarang Gardu Reguler	Jumlah kedatangan	0,000	H ₀ ditolak
	Waktu pelayanan	0,000	H ₀ ditolak
Surabaya-Semarang Gardu Tol Otomatis	Jumlah kedatangan	0,000	H ₀ ditolak
	Waktu pelayanan	0,000	H ₀ ditolak
Semarang-Surabaya Gardu Reguler	Jumlah kedatangan	0,042	H ₀ ditolak
	Waktu pelayanan	0,000	H ₀ ditolak
Semarang-Surabaya Gardu Tol Otomatis	Jumlah kedatangan	0,000	H ₀ ditolak
	Waktu pelayanan	0,000	H ₀ ditolak

Dari Tabel 3 dapat disimpulkan bahwa model antrean pada gardu tol reguler arah Surabaya-Semarang adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$, model pada gardu tol otomatis arah Surabaya-Semarang adalah $(G/G/1):(GD/\infty/\infty)$, model pada gardu tol reguler arah Semarang Surabaya adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$, dan model untuk

gardu tol otomatis arah Semarang-Surabaya adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$.

Sebelum menghitung ukuran kinerja sistem, terlebih dahulu dilakukan pengujian distribusi terhadap data jumlah kedatangan dan waktu data pelayanan kendaraan untuk mengetahui distribusi sebenarnya menggunakan software Arena.

Tabel 4. Uji Kecocokan Distribusi Data Jumlah Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Gardu	Data	Output		Keputusan
		Distribusi	sig	
Surabaya-Semarang Gardu Reguler	Jumlah kedatangan	Beta	>0,15	H ₀ diterima
	Waktu pelayanan	Lognormal	<0,005	H ₀ ditolak
Surabaya-Semarang Gardu Tol Otomatis	Jumlah kedatangan	Weibull	>0,15	H ₀ diterima
	Waktu pelayanan	Exponential	<0,005	H ₀ ditolak
Semarang-Surabaya Gardu Reguler	Jumlah kedatangan	Normal	>0,15	H ₀ diterima
	Waktu pelayanan	Lognormal	<0,005	H ₀ ditolak
Semarang-Surabaya Gardu Tol Otomatis	Jumlah kedatangan	Erlang	>0,15	H ₀ diterima
	Waktu pelayanan	Eksponensial	<0,005	H ₀ ditolak

Dari Tabel 4 dapat disimpulkan model akhir dari antrean gardu tol regular arah Surabaya-Semarang adalah $(BETA/G/3):(GD/\infty/\infty)$, model antrean pada gardu tol otomatis arah Surabaya-Semarang adalah $(WEIB/G/1):(GD/\infty/\infty)$, model antrean pada gardu tol regular arah Semarang-Surabaya adalah

$(NORM/G/2):(GD/\infty/\infty)$, dan model antrean pada gardu tol otomatis arah Semarang-Surabaya adalah $(ERLA/G/2):(GD/\infty/\infty)$.

Berdasarkan output yang diperoleh dengan menggunakan software WINQSB maka diketahui ukuran kinerja sistem antrean yang disajikan pada Tabel 5 :

Tabel 5. Ukuran Kinerja Sistem dengan Data Jumlah Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Gardu	c	λ	μ	L _s	L _q	W _s	W _q	P ₀
Surabaya-Semarang Gardu Reguler	3	216,773	346,021	30,026	29,40	0,138	0,136	0,5335
Surabaya-Semarang Gardu Tol Otomatis	1	41,977	595,593	77,87	77,80	1,855	1,853	0,9295
Semarang-Surabaya Gardu Reguler	2	317,000	445,831	3,911	3,200	0,0123	0,010	0,4755
Semarang-Surabaya Gardu Tol Otomatis	2	117,2	560,224	35,837	35,627	0,3058	0,3040	0,8106

Berdasarkan data pada Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan

pelayanan di gerbang tol Muktiharjo masih dalam kondisi baik, kecuali pada

Gardu Tol Otomatis arah Surabaya-Semarang. Pada Gardu Tol Otomatis arah Surabaya-Semarang memiliki kondisi yang kurang optimal ditandai dengan waktu tunggu serta waktu dalam sistem yang cukup lama.

KESIMPULAN

Berdasarkan pada hasil analisis penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan beberapa hasil sebagai berikut:

1. Model akhir untuk antrean Gardu Tol Reguler arah Surabaya-Semarang adalah $(\text{BETA}/G/3):(\text{GD}/\infty/\infty)$, model untuk antrean Gardu Tol Otomatis arah Surabaya-Semarang adalah $(\text{WEIB}/G/1):(\text{GD}/\infty/\infty)$, model antrean untuk Gardu Tol Reguler arah Semarang-Surabaya adalah $(\text{NORM}/G/2):(\text{GD}/\infty/\infty)$, dan model untuk antrean Gardu Tol Otomatis arah Semarang-Surabaya adalah $(\text{ERLA}/G/2):(\text{GD}/\infty/\infty)$.
2. Berdasarkan nilai dari ukuran-ukuran kinerja yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan pelayanan di gerbang tol Muktiharjo cukup optimal kecuali pada satu gardu yaitu Gardu Tol Otomatis arah Surabaya-Semarang. Pada gardu tol tersebut, kondisi pelayanan kurang optimal ditandai dengan waktu tunggu serta waktu pelanggan dalam sistem yang cukup lama.
3. Untuk arah Semarang-Surabaya pengelola fasilitas dapat menyediakan 2 Gardu Tol Reguler dan 2 Gardu Tol Otomatis.
4. Untuk arah Surabaya-Semarang pengelola fasilitas perlu menambahkan Gardu Tol Otomatis terutama pada jam-jam sibuk. Dengan demikian diharapkan pelayanan dapat optimal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anthara, I. M. A. 2005. *Analisis Sistem Antrian Gerbang Tol Pasteur Bandung di PT Jasa Marga (Persero) Tbk.* Teknik Industri. Universitas Komputer Indonesia.
- [2] Bronson, R. 1991. *Teori dan Soal-Soal Operation Research.* Jakarta: Erlangga.
- [3] Cahyani, R. N. 2013. *Analisis Kapasitas dan Tingkat Layanan pada Gerbang Tol Cikarang Utama.* Depok. Teknik Sipil. Universitas Indonesia.
- [4] Daniel, W. W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan.* Jakarta: Gramedia.
- [5] Gross, D. dan Harris, C. M. 2008. *Fundamental of Queueing Theory Third Edition.* John Wiley and Son, Inc. New York.
- [6] Hillier, F. S. 2001. *Introduction To Operation Research.* New York: McGraw Hill.
- [7] Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata.* Yogyakarta : Andi.
- [8] Kurniasih, R. dan Pramesti, G. 2013. *Distribusi Erlang dan Penerapannya.* Seminar Nasional Pendidikan Matematika.
- [9] Montgomery, D. C. dan Runger, G. C. 2014. *Applied Statistics and Probability for Engineers.* John Wiley and Son, Inc. New York.
- [10] Setiadji, A. 2006. *Studi Kemacetan Lalu Lintas Kaligawe Kota Semarang.* Semarang. Universitas Diponegoro.
- [11] Siagian, P. 2006. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek.* Jakarta : Universitas Indonesia Press.
- [12] Siswanto. 2007. *Operation Research Jilid II,* Jakarta : Erlangga.
- [13] Taha, H. A. 1996. *Operations Research an Introduction.* 4th Ed. New York : Macmillan

- [14] Walpole, R. E. dan Myers, R. H. 2012. *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Pearson Education, Inc. Boston.