

## APLIKASI REGRESI NONPARAMETRIK DERET FOURIER PADA DATA *HIGH WATER LEVEL* (HWL) KOTA SEMARANG

<sup>1</sup>Tiani Wahyu Utami, <sup>2</sup>Indah Manfaati Nur

<sup>1,2</sup> Program studi Statistika, FMIPA, Universitas Muhammadiyah Semarang  
e-mail: tianiutami@unimus.ac.id

### ABSTRAK

Salah satu pendekatan regresi nonparametrik adalah dengan pendekatan Deret Fourier. Pola data yang sesuai dengan pendekatan Deret Fourier adalah pola data berulang (fluktuatif), yaitu pengulangan nilai variabel dependen untuk variabel independen yang berbeda-beda. Data pasang air laut menunjukkan pola sebaran data yang periodik atau fluktuatif. Oleh karena itu aplikasi regresi nonparametrik Deret Fourier dapat diterapkan pada data pasang air laut (High Water Level). Di Kota Semarang bagian utara sering terjadi banjir Rob akibat dari pasang air laut. Dampak dari banjir rob salah satunya adalah dapat mengganggu aktifitas perekonomian di kota Semarang, khususnya di kawasan industri. Penerapan data HWL dengan pendekatan deret fourier, terlebih dahulu dilakukan penentuan nilai K optimal, berdasarkan hasil penentuan K optimal dengan metode GCV diperoleh K=276. Hasil aplikasi pada data HWL Kota Semarang dengan pendekatan regresi Nonparametrik Deret Fourier didapatkan  $R^2$  sebesar 94% dan MSE=10,31. Hasil maksimum data HWL atau dapat dikatakan mengalami pasang maksimal terjadi pada tanggal 21 November 2016.

**Kata kunci:** Deret Fourier, GCV, HWL

### PENDAHULUAN

Pendekatan regresi nonparametrik merupakan metode pendugaan model yang dilakukan berdasarkan pendekatan yang tidak terikat asumsi bentuk kurva regresi tertentu dimana kurva regresi hanya diasumsikan *smooth* [7]. Pendekatan regresi nonparametrik telah banyak dikembangkan antara lain Spline, Kernel, Polinomial Lokal, Wavelet, dan Deret Fourier. Salah satu kelebihan dari pendekatan regresi nonparametrik menggunakan Deret Fourier adalah mampu mengatasi data yang mempunyai sebaran trigonometri. Pola data yang sesuai dengan pendekatan Deret Fourier adalah pola data berulang (fluktuatif), atau dapat dikatakan pengulangan nilai variabel dependen untuk variabel independen yang berbeda-beda [3].

Pada pemodelan regresi nonparametrik untuk menentukan parameter pemulus adalah dengan menggunakan deret Fourier, hal yang perlu diperhatikan adalah menentukan nilai K. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Penentuan nilai K optimal akan menghasilkan nilai koefisien ( $R^2$ ) yang tinggi [6].

Data pasang air laut atau *High Water Level* menunjukkan pola sebaran data yang periodik atau fluktuatif. Oleh karena itu, metode statistika yang sesuai untuk penerapan data HWL di Kota Semarang adalah menggunakan pendekatan regresi nonparametrik Deret Fourier.

Banjir pasang air laut atau rob merupakan fenomena yang selalu terjadi di Kota Semarang bagian utara karena berdekatan dengan laut Jawa. Banjir rob

adalah kejadian atau fenomena alam dimana air laut masuk ke wilayah daratan pada waktu permukaan air laut mengalami pasang [2]. Rob secara langsung terjadi pada kawasan yang langsung berada pada tepi pantai, dimana air pasang laut tertinggi masuk ke darat dan tertahan oleh tanah atau bangunan fisik. Banjir rob di kota Semarang tidak hanya terjadi pada musim hujan, pada musim kemarau pun beberapa wilayah Semarang utara terjadi genangan-genangan air akibat pasang air laut. Dampak dari banjir rob salah satunya adalah dapat mengganggu aktifitas perekonomian di kota Semarang, khususnya di kawasan industri [4].

Penerapan pada data HWL dengan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik Deret Fourier diperlukan bantuan *software* statistika. Salah satu paket analisis data *open source* yang dapat diperoleh secara cuma-cuma yaitu *software* R

Penelitian-penelitian mengenai regresi nonparametrik Deret Fourier yang telah dilakukan sebelumnya diantaranya, penelitian yang dilakukan [5] mengembangkan estimasi model regresi nonparametrik Deret Fourier bi-respon. Sedangkan untuk regresi semiparametrik menggunakan Deret Fourier telah dikembangkan oleh [1]. Penelitian yang dilakukan [3] mengkaji model regresi nonparametrik dengan pendekatan Deret Fourier pada kasus tingkat pengangguran terbuka di Jawa Timur dan penelitian [8] mengenai data MSL dengan Regresi Nonparametrik Deret Fourier. Dalam artikel ini dibahas mengenai aplikasi regresi nonparametrik Deret Fourier pada Data HWL Kota Semarang.

## METODE PENELITIAN

### Sumber Data dan Variabel Penelitian

Sumber data utama yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data sekunder

yang bersumber dari Badan Meteorologi dan Geofisika (BMKG). Data yang diambil merupakan data perhari selama setahun yaitu mulai 1 Januari 2016 sampai 31 Desember 2016.

**Tabel 1.** Variabel *Dependent* dan *Independent*

Variabel	Keterangan Variabel	Satuan
<i>Dependent</i>	HWL	Cm
<i>Independent</i>	Waktu	hari

## Metode Analisis

Langkah pelaksanaan penelitian dan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Model regresi nonparametrik Deret Fourier

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^K a_k \cos\left(\frac{2\pi kx}{2L}\right)$$

2. Menentukan K optimal dengan metode GCV pada data HWL Kota Semarang dengan program R.

$$GCV(K) = \frac{MSE(K)}{\left[1 - \left(\frac{\text{traces}(A_K)}{n}\right)\right]^2}$$

3. Setelah didapat K optimal, langkah selanjutnya adalah estimasi parameter model regresi nonparametrik pendekatan Deret Fourier pada data HWL Kota Semarang dengan program R.
4. Analisis hasil aplikasi pendekatan Deret Fourier pada data HWL Kota Semarang.

## HASIL PENELITIAN

Model regresi nonparametriknya adalah sebagai berikut :  $y = f(t) + \varepsilon$

$f(t)$  merupakan kurva yang tidak diketahui bentuknya maka  $f(t)$  didekati dengan menggunakan Deret Fourier yaitu sebagai berikut :

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{k=1}^K a_k \cos\left(\frac{2\pi kx}{2L}\right)$$

Langkah awal adalah mencari nilai K optimal dengan metode GCV pada data

HWL Kota Semarang. Nilai K merupakan bilangan bulat yang positif.

**Tabel 2.** Nilai GCV Data HWL untuk setiap K optimal

Nilai K	GCV	Nilai K	GCV	Nilai K	GCV
146	$4,38 \times 10^{+02}$	236	$9,64 \times 10^{+01}$	326	$4,89 \times 10^{+00}$
156	$3,64 \times 10^{+02}$	246	$6,62 \times 10^{+01}$	336	$3,69 \times 10^{+00}$
166	$3,16 \times 10^{+02}$	256	$6,06 \times 10^{+01}$	346	$2,46 \times 10^{+00}$
176	$2,78 \times 10^{+02}$	266	$5,47 \times 10^{+01}$	356	$1,06 \times 10^{+00}$
186	$2,46 \times 10^{+02}$	276	$1,80 \times 10^{+01}$	366	$4,02 \times 10^{-08}$
196	$1,60 \times 10^{+02}$	286	$1,48 \times 10^{+01}$	<b>376</b>	<b><math>3,41 \times 10^{-19}</math></b>

Pada **Tabel 2** menunjukkan bahwa K optimal pada data HWL Kota Semarang berada pada K=376 karena nilai GCVnya terkecil. Dengan didapatkannya nilai K=376 sebagai K optimal maka akan diketahui berapa parameter yang harus ditaksir yaitu sebanyak 378 parameter, hal ini diperoleh berdasarkan model regresi nonparametrik Deret Fourier yaitu dengan mengetahui jumlah parameter yang ditaksir dari persamaan tersebut. Model yang dihasilkan baik atau memenuhi, dilihat dari nilai R<sup>2</sup> nya untuk masing-masing nilai K. Berikut ini nilai R<sup>2</sup> dan MSE untuk K=266 sampai dengan K=378 :

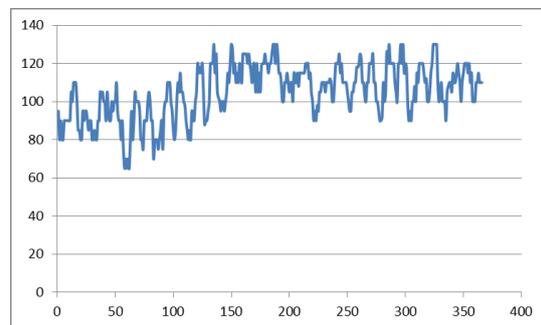
**Tabel 3.** Nilai R<sup>2</sup> dan MSE Data HWL untuk setiap K optimal

Nilai K	R <sup>2</sup>	MSE
266	0.85 (85 %)	29.09
<b>276</b>	<b>0.94 (94 %)</b>	<b>10.31</b>
286	0.95 (95 %)	9.07
296	0.96 (96 %)	6.96
306	0.97 (97 %)	4.72

Berdasarkan **Tabel 3** terlihat bahwa untuk nilai K=276 sudah menghasilkan R<sup>2</sup> yang tinggi, sedangkan untuk nilai K = 286 menghasilkan R<sup>2</sup> sebesar 95%. Apabila nilai K = 286 yang dipilih maka estimasi parameter yang harus ditaksir adalah sebanyak 288 parameter, hal ini dapat dilihat pada model regresi nonparametrik Deret Fourier dengan melihat jumlah parameter yang ditaksir. Model yang dipilih adalah model dengan R<sup>2</sup> yang besar dan juga model yang parsimoni (sederhana), maka model yang

dipilih adalah K optimal =276. Nilai parameter dugaan untuk model pasang surut dengan K optimal =276 dapat dilihat di Lampiran. Setelah didapat K optimal yaitu K=276, langkah selanjutnya adalah menentukan estimasi parameter model dengan pendekatan regresi nonparametrik Deret Fourier pada data HWL Kota Semarang. Berdasarkan lampiran bahwa model yang didapatkan untuk data HWL harian Kota Semarang sebagai berikut :

$$\hat{y} = 62,942 + 0,066t + 0,331 \cos t + 0,328 \cos 2t - 0,488 \cos 3t - 0,395 \cos 4t - 0,073 \cos 5t + \dots - 0,070 \cos 277t$$



**Gambar 1.** Plot Estimasi Data HWL dengan Regresi Nonparametrik Deret Fourier

**Gambar 1** menunjukkan bahwa HWL maksimum atau mengalami pasang maksimal terjadi pada tanggal 21 November 2016 dengan pasang ( $\hat{y}$ ) sebesar 136.21 cm per tahun. Hasil aplikasi regresi Nonparametrik Deret Fourier pada data HWL diperoleh R<sup>2</sup> sebesar 94% dan MSE sebesar 10,31. Grafik tersebut mendekati nilai sebenarnya setelah ditaksir dengan Deret Fourier sehingga grafik dapat dikatakan baik karena dipilih dengan nilai R<sup>2</sup> yang cukup tinggi.

## UCAPAN TERIMAKASIH

Penelitian ini didanai oleh Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Direktorat Jendral Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi dan Perguruan Tinggi sesuai surat perjanjian Penelitian Dosen Pemula No24/K6/KM/SP2H/PENELITIAN/2017

## KESIMPULAN

Hasil penentuan K optimal dengan metode GCV adalah  $K=276$ . Berdasarkan K optimal  $=276$  maka hasil penerapan regresi nonparametrik Deret Fourier yang didapatkan untuk data HWL (High Water Level) atau pasang air laut Kota Semarang dengan  $R^2$  sebesar 94% dan MSE=10,31 adalah sebagai berikut :

$$\hat{y} = 62,942 + 0,066t + 0,331\cos t + 0,328\cos 2t - 0,488\cos 3t - 0,395\cos 4t - 0,073\cos 5t + \dots - 0,070\cos 277t$$

Kesimpulan yang didapat dari penelitian ini bahwa Kota Semarang mengalami pasang maksimal terjadi pada tanggal 21 November 2016.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]Asrini, Luh Juni. 2012, Regresi Semiparametrik Deret Fourier, *Prosiding Seminar Nasional FMIPA Universitas Negeri Surabaya*, hal.77-80, 24 November 2012.
- [2] Kurniawan, L., 2003, Kajian Banjir Rob di Kota Semarang (Kasus: Dadapsari), *Alami*, Vol.8, No.2: 54-59.
- [3]Prahutama, A. 2013. Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan deret Fourier pada Kasus Tingkat Pengangguran Terbuka di Jawa Timur
- [4]Sarbidi, 2002. Pengaruh Rob pada Pemukiman Pantai (kasus Semarang). *Prosiding Kerugian pada Bangunan dan Kawasan Akibat Kenaikan Muka Air Laut pada Kota-kota Pantai Di Indonesia*, Jakarta
- [5]Semiati, Rini. 2010. *Regresi Nonparametrik Deret Fourier Birespon*, Tesis, ITS, Surabaya.
- [6]Tripena, A., dan Budiantara, I.N. 2006. *Fourier Estimator in Nonparametric Regression. International Conference On Natural and Applied Natural Sciences. Ahmad Dahlan University. Yogyakarta*
- [7]Utami, T. W., & Nur, I. M. 2015. Pemodelan Pasang Surut Air Laut Di Kota Semarang Dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Polinomial Lokal Kernel. *Prosiding Seminar Nasional SNMPM UNDIP*
- [8]Utami, T. W., & Nur, I. M. 2017. Pemodelan Mean Sea Level (MSL) di Kota Semarang dengan Pendekatan Regresi Nonparametrik Deret Fourier. *Prosiding Seminar Nasional & Internasional*

Lampiran 1. Estimasi Parameter Model HWL dengan Regresi Nonparametrik Deret Fourier

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai	Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
$\alpha_0$	91.36	$\gamma$	0.07	$\alpha_1$	0.02	$\alpha_2$	0.72
$\alpha_2$	0.00	$\alpha_4$	0.04	$\alpha_3$	-0.04	$\alpha_4$	-0.43
$\alpha_7$	0.92	$\alpha_5$	0.10	$\alpha_4$	-0.26	$\alpha_{10}$	0.42
$\alpha_{11}$	0.55	$\alpha_{12}$	-0.24	$\alpha_{12}$	-3.36	$\alpha_{14}$	-0.29
$\alpha_{15}$	0.34	$\alpha_{16}$	0.26	$\alpha_{17}$	-0.08	$\alpha_{18}$	0.44
$\alpha_{19}$	0.99	$\alpha_{20}$	0.61	$\alpha_{21}$	0.93	$\alpha_{22}$	-0.58
$\alpha_{23}$	-0.20	$\alpha_{24}$	0.00	$\alpha_{25}$	0.64	$\alpha_{26}$	-0.01
$\alpha_{27}$	-0.43	$\alpha_{28}$	-0.44	$\alpha_{29}$	-0.70	$\alpha_{30}$	0.02
$\alpha_{31}$	1.41	$\alpha_{32}$	-0.81	$\alpha_{33}$	0.26	$\alpha_{34}$	-0.06
$\alpha_{35}$	0.14	$\alpha_{36}$	0.10	$\alpha_{37}$	1.01	$\alpha_{38}$	-0.14
$\alpha_{39}$	-0.27	$\alpha_{40}$	0.16	$\alpha_{41}$	-0.62	$\alpha_{42}$	-0.05
$\alpha_{43}$	0.50	$\alpha_{44}$	-6.83	$\alpha_{45}$	0.46	$\alpha_{46}$	0.15
$\alpha_{47}$	-0.33	$\alpha_{48}$	-0.23	$\alpha_{49}$	-0.39	$\alpha_{50}$	0.93
$\alpha_{51}$	-0.05	$\alpha_{52}$	-0.50	$\alpha_{53}$	-0.36	$\alpha_{54}$	0.32
$\alpha_{55}$	-0.08	$\alpha_{56}$	0.15	$\alpha_{57}$	-3.16	$\alpha_{58}$	-0.19
$\alpha_{59}$	-0.06	$\alpha_{60}$	-0.60	$\alpha_{61}$	-0.21	$\alpha_{62}$	0.62
$\alpha_{63}$	-0.39	$\alpha_{64}$	0.00	$\alpha_{65}$	0.34	$\alpha_{66}$	0.17
$\alpha_{67}$	-0.17	$\alpha_{68}$	-0.25	$\alpha_{69}$	-0.44	$\alpha_{70}$	0.74
$\alpha_{71}$	0.39	$\alpha_{72}$	-0.14	$\alpha_{73}$	-0.63	$\alpha_{74}$	-0.41
$\alpha_{75}$	-1.09	$\alpha_{76}$	0.25	$\alpha_{77}$	0.43	$\alpha_{78}$	-0.17
$\alpha_{79}$	-0.39	$\alpha_{80}$	0.17	$\alpha_{81}$	-2.10	$\alpha_{82}$	-1.06
$\alpha_{83}$	-0.04	$\alpha_{84}$	0.10	$\alpha_{85}$	-0.49	$\alpha_{86}$	0.62
$\alpha_{87}$	0.47	$\alpha_{88}$	4.46	$\alpha_{89}$	-0.31	$\alpha_{90}$	-0.08
$\alpha_{91}$	0.13	$\alpha_{92}$	0.38	$\alpha_{93}$	0.18	$\alpha_{94}$	-1.49
$\alpha_{95}$	-0.01	$\alpha_{96}$	0.90	$\alpha_{97}$	0.26	$\alpha_{98}$	-0.31
$\alpha_{99}$	-0.65	$\alpha_{100}$	0.25	$\alpha_{101}$	3.65	$\alpha_{102}$	0.22
$\alpha_{103}$	0.12	$\alpha_{104}$	-0.33	$\alpha_{105}$	-0.22	$\alpha_{106}$	0.60
$\alpha_{107}$	-1.15	$\alpha_{108}$	0.05	$\alpha_{109}$	0.38	$\alpha_{110}$	0.10
$\alpha_{111}$	-0.08	$\alpha_{112}$	0.24	$\alpha_{113}$	-0.35	$\alpha_{114}$	-0.42
$\alpha_{115}$	0.37	$\alpha_{116}$	-0.19	$\alpha_{117}$	0.24	$\alpha_{118}$	-0.17
$\alpha_{119}$	1.05	$\alpha_{120}$	-0.76	$\alpha_{121}$	-0.03	$\alpha_{122}$	-0.46
$\alpha_{123}$	0.23	$\alpha_{124}$	-0.20	$\alpha_{125}$	0.28	$\alpha_{126}$	-0.44
$\alpha_{127}$	0.22	$\alpha_{128}$	0.35	$\alpha_{129}$	-0.16	$\alpha_{130}$	-0.15
$\alpha_{131}$	-0.55	$\alpha_{132}$	-1.39	$\alpha_{133}$	-0.53	$\alpha_{134}$	0.43
$\alpha_{135}$	-0.15	$\alpha_{136}$	0.22	$\alpha_{137}$	-0.01	$\alpha_{138}$	-1.96
$\alpha_{139}$	0.02	$\alpha_{140}$	0.38	$\alpha_{141}$	-0.07	$\alpha_{142}$	-0.49
$\alpha_{143}$	-0.17	$\alpha_{144}$	-0.18	$\alpha_{145}$	1.05	$\alpha_{146}$	-0.02
$\alpha_{147}$	-0.09	$\alpha_{148}$	0.20	$\alpha_{149}$	-0.40	$\alpha_{150}$	0.82
$\alpha_{151}$	-2.16	$\alpha_{152}$	0.00	$\alpha_{153}$	-0.58	$\alpha_{154}$	1.16
$\alpha_{155}$	-0.19	$\alpha_{156}$	0.30	$\alpha_{157}$	-0.18	$\alpha_{158}$	-0.17
$\alpha_{159}$	0.45	$\alpha_{160}$	0.80	$\alpha_{161}$	-0.29	$\alpha_{162}$	0.49
$\alpha_{163}$	1.12	$\alpha_{164}$	0.45	$\alpha_{165}$	-0.09	$\alpha_{166}$	0.12
$\alpha_{167}$	-0.43	$\alpha_{168}$	-0.76	$\alpha_{169}$	-0.37	$\alpha_{170}$	-0.15
$\alpha_{171}$	-0.45	$\alpha_{172}$	0.19	$\alpha_{173}$	0.02	$\alpha_{174}$	-0.39
$\alpha_{175}$	-0.17	$\alpha_{176}$	0.44	$\alpha_{177}$	-0.63	$\alpha_{178}$	0.02
$\alpha_{179}$	0.03	$\alpha_{180}$	0.21	$\alpha_{181}$	0.47	$\alpha_{182}$	-0.84
$\alpha_{183}$	0.29	$\alpha_{184}$	0.13	$\alpha_{185}$	-0.17	$\alpha_{186}$	-0.48
$\alpha_{187}$	0.37	$\alpha_{188}$	-1.56	$\alpha_{189}$	1.77	$\alpha_{190}$	0.02
$\alpha_{191}$	-0.25	$\alpha_{192}$	-0.14	$\alpha_{193}$	0.11	$\alpha_{194}$	0.66
$\alpha_{195}$	-5.42	$\alpha_{196}$	-1.01	$\alpha_{197}$	-0.13	$\alpha_{198}$	0.35
$\alpha_{199}$	0.09	$\alpha_{200}$	-0.10	$\alpha_{201}$	-0.60	$\alpha_{202}$	-0.80
$\alpha_{203}$	-0.26	$\alpha_{204}$	-0.44	$\alpha_{205}$	-0.03	$\alpha_{206}$	0.49
$\alpha_{207}$	-0.03	$\alpha_{208}$	1.22	$\alpha_{209}$	-0.13	$\alpha_{210}$	0.50
$\alpha_{211}$	-0.59	$\alpha_{212}$	-0.06	$\alpha_{213}$	-0.67	$\alpha_{214}$	0.58
$\alpha_{215}$	-0.41	$\alpha_{216}$	0.32	$\alpha_{217}$	0.12	$\alpha_{218}$	-0.68
$\alpha_{219}$	0.86	$\alpha_{220}$	-1.58	$\alpha_{221}$	0.32	$\alpha_{222}$	0.15
$\alpha_{223}$	-0.31	$\alpha_{224}$	0.25	$\alpha_{225}$	0.18	$\alpha_{226}$	0.69
$\alpha_{227}$	0.56	$\alpha_{228}$	-0.34	$\alpha_{229}$	-0.35	$\alpha_{230}$	-0.02
$\alpha_{231}$	0.17	$\alpha_{232}$	0.66	$\alpha_{233}$	0.35	$\alpha_{234}$	0.21
$\alpha_{235}$	0.50	$\alpha_{236}$	-0.45	$\alpha_{237}$	0.64	$\alpha_{238}$	0.03
$\alpha_{239}$	2.65	$\alpha_{240}$	-0.39	$\alpha_{241}$	0.36	$\alpha_{242}$	-0.41
$\alpha_{243}$	-0.04	$\alpha_{244}$	0.40	$\alpha_{245}$	3.72	$\alpha_{246}$	-0.03
$\alpha_{247}$	0.21	$\alpha_{248}$	-0.16	$\alpha_{249}$	0.13	$\alpha_{250}$	0.18
$\alpha_{251}$	0.36	$\alpha_{252}$	0.23	$\alpha_{253}$	0.31	$\alpha_{254}$	0.48
$\alpha_{255}$	0.31	$\alpha_{256}$	-0.04	$\alpha_{257}$	-0.87	$\alpha_{258}$	-0.42
$\alpha_{259}$	-0.37	$\alpha_{260}$	-0.05	$\alpha_{261}$	-0.15	$\alpha_{262}$	0.29
$\alpha_{263}$	0.34	$\alpha_{264}$	0.01	$\alpha_{265}$	0.31	$\alpha_{266}$	-0.23
$\alpha_{267}$	-0.48	$\alpha_{268}$	-0.19	$\alpha_{269}$	0.00	$\alpha_{270}$	0.73
$\alpha_{271}$	-0.39	$\alpha_{272}$	-0.31	$\alpha_{273}$	-0.08	$\alpha_{274}$	0.09
$\alpha_{275}$	0.38	$\alpha_{276}$	6.10				