

## PENGUNAAN VISUALISASI GRAPH DALAM PEMBELAJARAN LUAS INTEGRAL

**Tundung Memolo**

SMPN 2 Kalibawang  
email: paktundungmemolo@gmail.com

### **Abstract**

*Teachers competence in a variety of representations are needed when students ask then the teacher explains the solution alternative with the appropriate representation. One form of visualization representation of integral learning is the Graph described in cartesius diagram. Visualization with Graph can be a solution for students and teachers when learning extensively integral material. The purpose of this study discusses the tutorial of Graph usage briefly in calculation or broad integral visualization. The research method used is applied research. The results showed that Graph is one of the most useful software in visualization and wide calculation in integral material. Among them depict straight lines, curves, a combination of straight lines and curves, combined two curves, and trigonometric functions. Simulation of visualization in Graph can be done accurately and quickly. However, special skills are required in providing input to the function, determining where the shaded area is in the visualization, as well as calculating the shaded area..*

**Keywords:** graph, integral, interpretasi, visualisasi

### **1. PENDAHULUAN**

Materi integral merupakan salah satu materi dalam pembelajaran matematika yang tergolong sulit bagi sebagian besar siswa. Menjadi sulit karena materi ini mencakup perhitungan, logika bernalar, visualisasi, dan pemahaman konsep. Tatkala siswa belajar materi luas kurva dalam perhitungan integral, siswa mengalami kesulitan dalam menggambar daerah arsiran yang dimaksud. Di sisi lain, penggambaran secara manual membutuhkan waktu penyelesaian yang cukup memakan waktu, sehingga siswa cenderung malas mengikuti, dan yang terjadi siswa memilih cara praktisnya.

Sebagian besar penelitian (Bautista&Canadas, 2015) terdahulu tentang grafik telah berfokus pada kesulitan yang dihadapi siswa saat menafsirkan atau membuat grafik fungsi. Misalnya, siswa cenderung menafsirkan grafik waktu / jarak sebagai deskripsi tentang bentuk medan berjalan. Selain itu, siswa sering gagal untuk menghubungkan bentuk grafik fungsi dengan representasi aljabar simbolisnya. Kesulitan seperti itu mungkin sebagian karena pengalaman terbatas siswa dengan grafik fungsi, yang cenderung demikian diperkenalkan agak terlambat dalam kurikulum. Sebelum itu, pengalaman siswa dengan grafis representasi dibatasi pada grafik batang atau lingkaran. Ditambah pula, penyelesaian masalah matematis sering diselesaikan dengan langkah penyelesaian aljabar dengan mengesampingkan metode grafik. Sehingga pembelajaran representasi metode grafik menjadi terhambat.

Kompetensi guru pada beragam representasi dibutuhkan ketika para siswa bertanya kemudian guru menjelaskan alternatif penyelesaian dengan representasi yang sesuai (Brophy dalam Barmby,2013). Menurut Bautista&Canadas (2015) disebutkan dalam NCTM bahwa representasi merupakan salah satu tujuan dari pengembangan keterampilan yang terpenting

dari wajib belajar. Salah satu bentuk representasi visualisasi dari pembelajaran integral adalah Graph yang digambarkan dalam diagram cartesius.

Artikel ini diharapkan memberikan kontribusi dalam pembelajaran matematika dengan menjadikan representasi visualisasi menggunakan Graph. Tujuan artikel ini adalah membahas tutorial penggunaan Graph secara ringkas dalam perhitungan ataupun visualisasi luas integral pada fungsi garis lurus, kurva, gabungan garis lurus dengan kurva, gabungan 2 kurva, dan fungsi trigonometri.

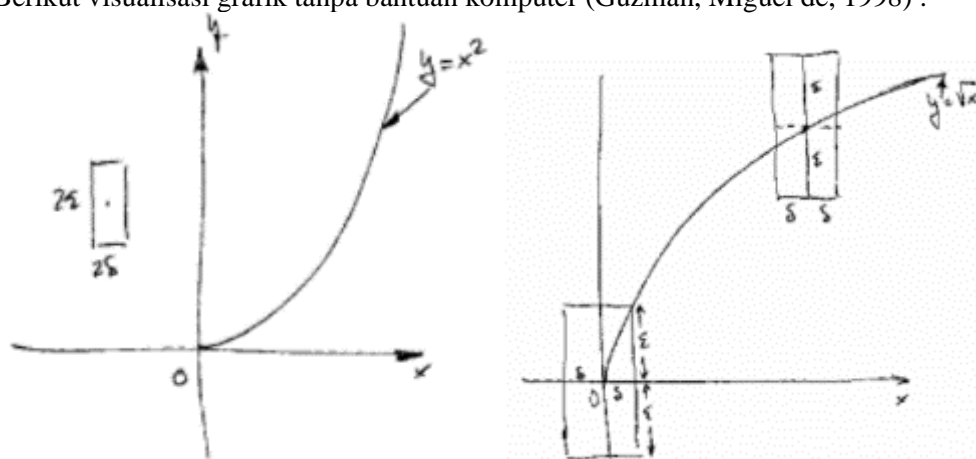
## 2. KAJIAN LITERATUR

Graph (dalam <http://www.padowan.dk>) adalah program yang dirancang untuk menggambar grafik fungsi matematika dalam sistem koordinat dan hal serupa. Program ini merupakan program Windows standar dengan menu dan dialog. Program ini mampu menggambar fungsi standar, fungsi parametrik, fungsi kutub, garis singgung, deret titik, bayangan, dan relasi. Graph merupakan perangkat lunak yang gratis (*free software*) dibawah lisensi *GNU General Public License*. Program versi terbaru dapat didownload pada <http://www.padowan.dk>. Graph dapat digunakan pada Windows 2000, Windows XP, Windows 7, dan Windows Vista.

Visualisasi dengan Graph dapat menjadi solusi bagi siswa dan guru ketika membelajarkan materi luas integral. Dengan visualisasi Graph ini para siswa dan guru dapat menentukan perhitungan luas integral secara cepat dengan beragam simulasi dari penayangan beragam garis lurus ataupun kurva.

Menurut Guzman, Miguel de (1998) gambar memiliki kegunaan yang sangat penting dalam berbagai jenis aktivitas matematika. Gambar merupakan matriks antara konsep dan metode muncul. Ini adalah pengaruh yang merangsang untuk bangkitnya masalah menarik dengan cara yang berbeda. Gambar merupakan alat yang ampuh untuk menjelaskan konsep teori matematika yang abstrak atau sebagai jembatan antara teori dengan berpikir logis. Oleh karena itu visualisasi sangat berguna dalam konteks proses awal matematisasi dalam hal pengajaran dan pembelajaran matematika.

Berikut visualisasi grafik tanpa bantuan komputer (Guzman, Miguel de, 1998) :



Gambar 1. Visualisasi Tanpa Bantuan Komputer

Dua contoh di atas sama sekali tidak memerlukan bantuan dari komputer. Sebagian besar visualisasi dapat dilakukan seperti biasanya dengan cara imajinasi dan kemampuan representatif, dengan bantuan normal semisal keterampilan tangan, kertas dan pensil, kapur tulis, dan papan tulis karena tujuan utama gambar adalah untuk membantu intuisi dan mampu berpikir konstruksi dengan benar. Keakuratan dan ketepatan gambar harus proporsional dengan apa yang diharapkan dari jenis representasi yang digunakan (Guzman, Miguel de, 1998).

Visualisasi matematika menurut Guzman, Miguel de (1998) merupakan penggambaran suatu konsep dan metode dari stau objek yang kongkrit maupun abstrak. Sedangkan menurut Van Wijk (2013), visualisasi matematika adalah menggambar atau menuangkan animasi dari beragam konsep, metode, dan teknik untuk menjelaskan, memahami, dan manipulasi dalam matematika. Ringkasnya visualisasi merupakan penggambaran atau animasi dari suatu objek yang terpaut dengan beragam konsep, metode, ataupun teknik yang berguna untuk menjelaskan objek tersebut.

Mengingat pentingnya visualisasi dalam matematika (Bautista&Canadas, 2015), maka penggunaan grafik memungkinkan siswa untuk memvisualisasikan konsep matematika. Dari sudut pandang ini, grafik serupa dengan representasi lainnya seperti gambar, gambar, dan diagram. Namun, grafik bahkan lebih kuat karena bisa juga disediakan siswa dengan representasi visual dari hubungan matematis, fungsi, dan sifat-sifatnya. Menggunakan grafik untuk mewakili fungsi merupakan salah satu titik paling awal dalam matematika di dimana seorang siswa menggunakan satu sistem simbolis untuk memperluas dan memahami yang lain (misalnya, fungsi aljabar dan grafiknya,pola data dan grafiknya, dsb.)

### 3. METODE PENELITIAN

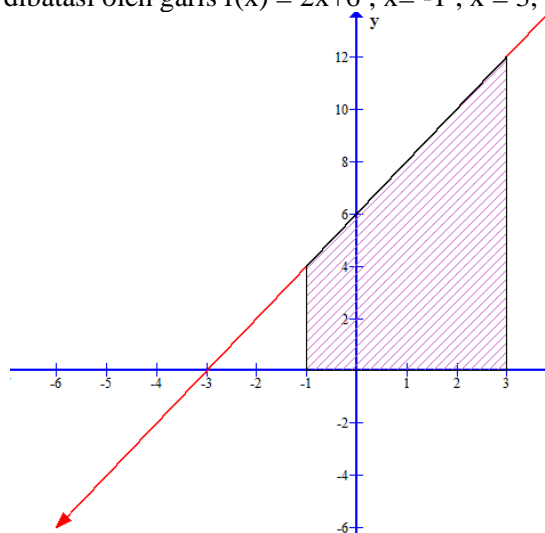
Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan (*applied research*) berdasar telaah pustaka dari beberapa buku pendukung atau tutorial penggunaan graph, kemudian dideskripsikan sesuai dengan kebutuhan penulisan terkait pembelajaran luas integral dengan konsep visualisasi.

### 4. HASIL PENELITIAN

Berikut ini beberapa bentuk visualisasi penggambaran dengan Graph pada perhitungan luas integral :

#### 1. Menggambar Garis lurus

Disajikan daerah yang dibatasi oleh garis  $f(x) = 2x+6$  ;  $x = -1$  ;  $x = 3$ , dengan  $y > 0$

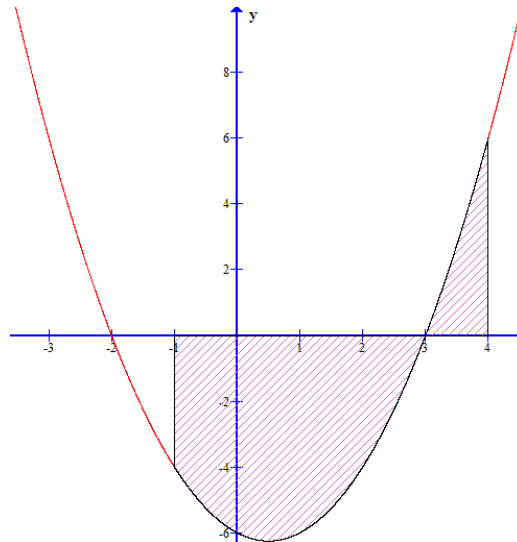


Gambar 2. Daerah Arsiran Garis Lurus

Pada gambar di atas, dapat dibentuk luasan yang berbentuk bangun trapesium dengan batas nilai  $x = -1$  sampai dengan  $x=3$ . Jika dituliskan dalam bentuk persamaan adalah daerah yang dibatasi oleh garis  $f(x) = 2x+6$  ;  $x = -1$  ;  $x = 3$ , dengan  $y > 0$ .

#### 2. Menggambar Kurva Persamaan Kuadrat

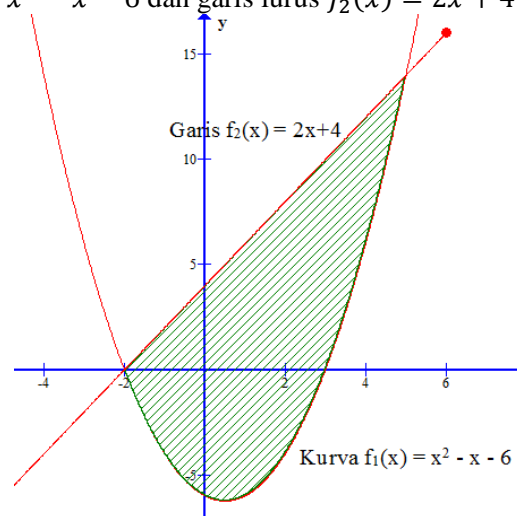
Selanjutnya dilakukan manipulasi gambar kurva  $f(x) = x^2-x-6$  dengan batas  $-1 \leq x \leq 4$  dan sumbu X didapatkan :



Gambar 3. Daerah Arsiran Kurva Yang Dibatasi

### 3. Gabungan Garis Lurus dan Kurva

Kurva pertama  $f_1(x) = x^2 - x - 6$  dan garis lurus  $f_2(x) = 2x + 4$  didapatkan :



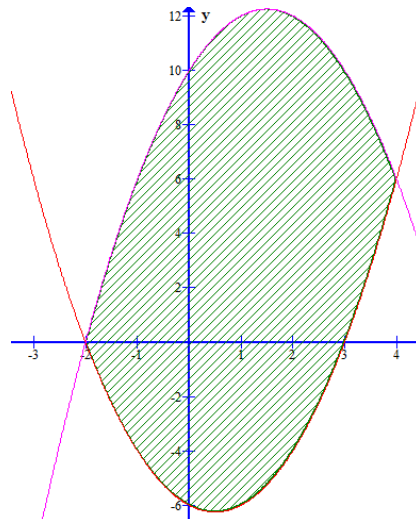
Gambar 4. Daerah Arsiran Garis Lurus dan Kurva

### 4. Luas Diantara 2 Kurva

Misalkan akan digambar daerah arsiran yang dibatasi oleh dua kurva yaitu  $f(x) = -x^2 + 3x + 10$  dengan  $f(x) = x^2 - x - 6$ . Langkah – langkah penggambaran visualisasi dengan graph :

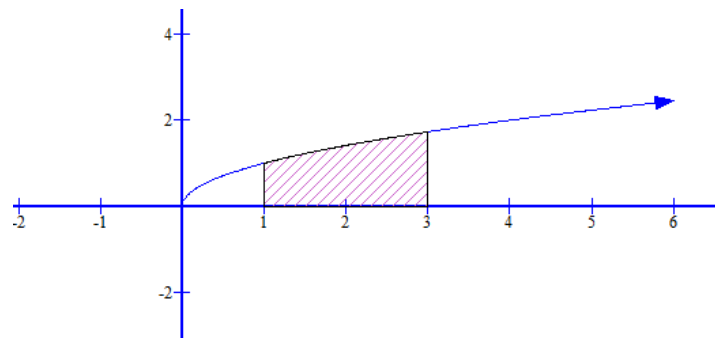
- Gambar kurva  $f(x) = -x^2 + 3x + 10$
- Gambar kurva  $f(x) = x^2 - x - 6$
- Menentukan kedua titik potong kedua kurva, didapatkan  $x_1 = -2$  dan  $x_2 = 4$
- Insert shading → Between Function → Option (dari  $x = -2$  sampai  $x = 4$ ) → 2nd function (dari  $x = -2$  sampai  $x = 4$ )
- Klik OK

Selanjutnya didapatkan



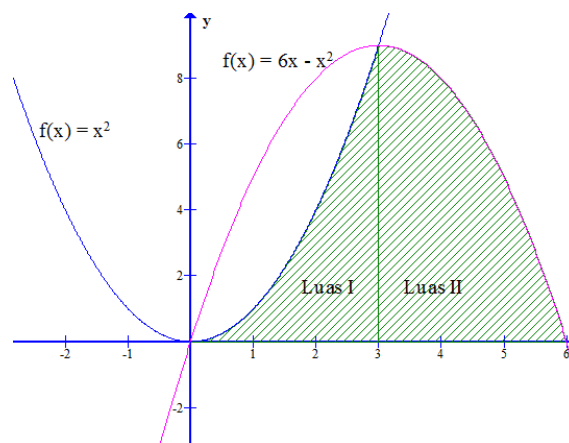
Gambar 5. Daerah Arsiran 2 Kurva

Lalu bagaimana perhitungan luas daerah  $y = \sqrt{x}$ , sumbu X,  $x=1$  dan  $x=4$  ?



Gambar 5. Tampilan Fungsi  $\sqrt{x}$  yang Dibatasi

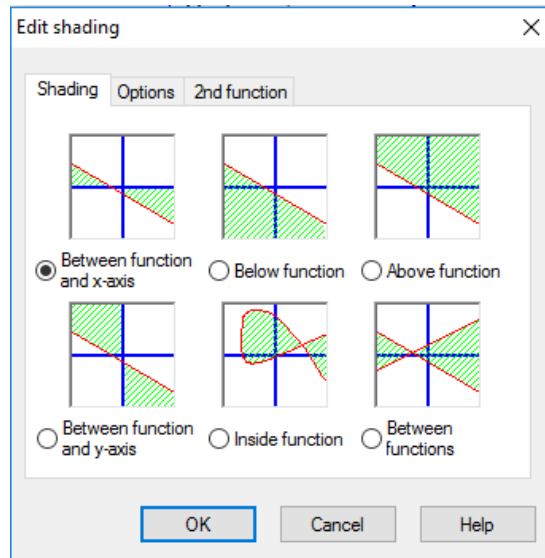
Dalam visualisasi Graph dapat pula ditentukan luas disamping kedua kurva, sebagaimana terlihat di bawah ini



Gambar 6. Daerah Arsiran 2 Luasan

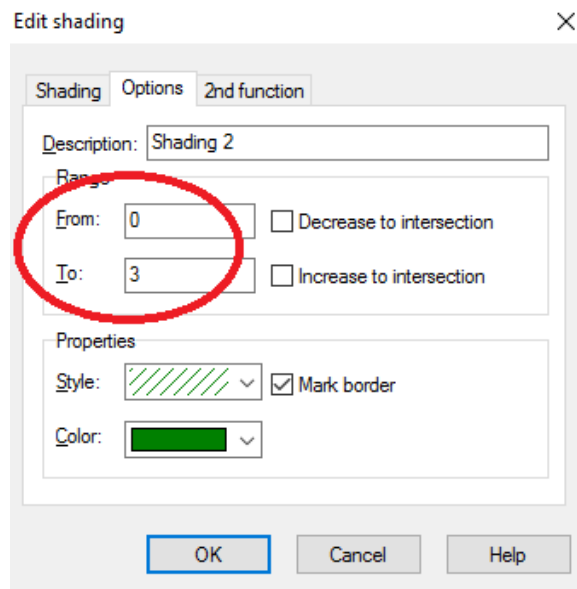
Langkah – langkah menggambar di graph berikut ini :

1. Gambar kurva  $y = x^2$
2. Gambar kurva  $y = 6x - x^2$
3. Klik kurva  $y = x^2$  kemudian klik Edit shading sehingga didapatkan



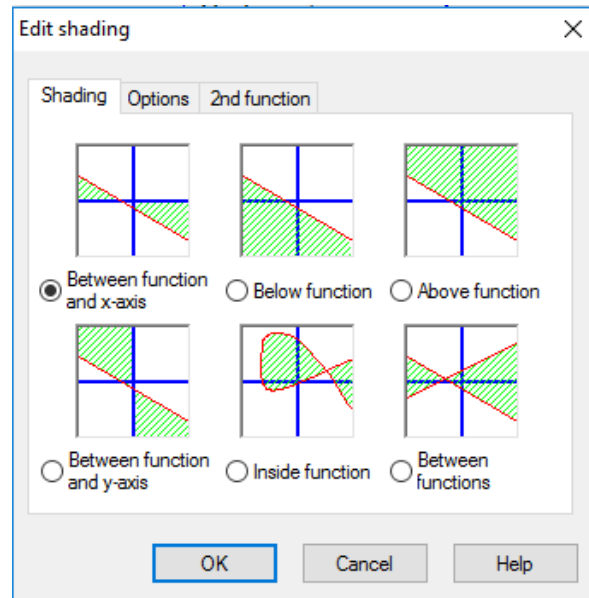
Gambar 7. Masukan Arsiran Fungsi dengan Sumbu -X

- Setelah klik *Between function and x-axis*, klik *Options* dengan memilih batas 0 dan 3, didapatkan



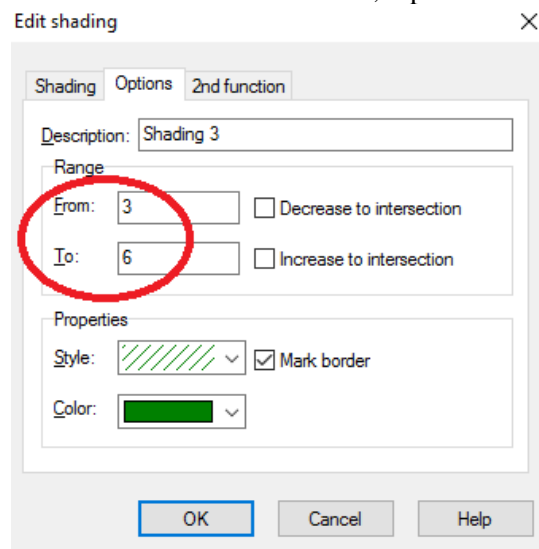
Gambar 8. Masukan Arsiran dari Pilihan

- Langkah yang hampir sama dilakukan untuk mencari daerah arsiran luas II, yaitu dengan mengklik kurva  $y = 6x - x^2$ . Kemudian klik *Edit Shading* seperti gambar berikut :



Gambar 9. Masukan Arsiran dari Kurva Kedua

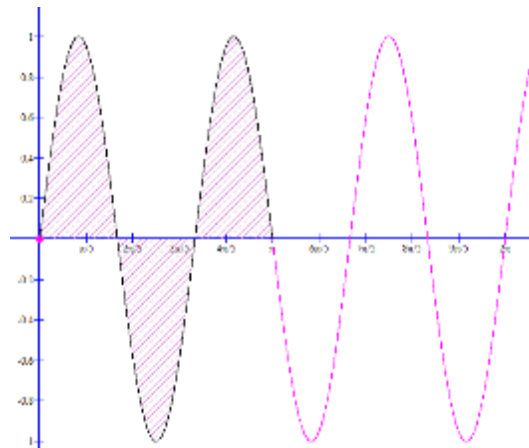
6. Klik Options dengan memberi batas  $x = 3$  dan  $x = 6$ , diperoleh



Gambar 10. Masukan Arsiran dari Pilihan Kurva Kedua

### 5. Menggambar Grafik Fungsi Trigonometri

Misalkan akan digambar  $f(x) = \sin 3x$ , dengan batas  $x = 0$  sampai  $x = \pi$ , dan sumbu  $-X$ , diperoleh daerah arsiran



Gambar 11. Daerah Arsiran Fungsi Trigonometri

## 5. SIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas, Graph merupakan salah satu software yang sangat berguna dalam visualisasi dan perhitungan luas dalam materi integral. Diantaranya menggambarkan garis lurus, kurva, gabungan garis lurus dan kurva, gabungan dua kurva, dan fungsi trigonometri. Simulasi dari visualisasi dalam Graph dapat dilakukan dengan akurat dan cepat. Meski demikian perlu keterampilan yang khusus dalam memberikan masukan pada fungsi, menentukan mana daerah yang diarsir dalam visualisasi, serta menghitung luas daerah yang diarsir.

## 6. REFERENSI

Barmby, Patrick, dkk. *Developing the Use of Visual Representations in the Primary Classroom*. [online]. Tersedia : <http://www.nuffieldfoundation.org/sites> . Diakses 20 Juli 2017. (2013)

Bautista & Canadas. *Examining How Teachers Use Graphs to Teach Mathematics during a Professional Development Program*. *Journal of Education and Training Studies* Vol. 3, No. 2; March 2015. [online]. Tersedia : <https://sites.tufts.edu/poincare/files/2014/11/BautistaCan%C3%9EadasBrizuelaSchliemann2015.pdf> . Diakses tanggal 8 Februari 2018. (2015).

Guzman, Miguel De. *The Role of Visualization In the Teaching and Learning of Mathematical Analysis*. [online]. Tersedia di <http://users.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/invGuz.pdf>. Diakses tanggal 9 Februari 2018. (1998)

Van Wijk, Jarke J. *Math for Visualization, Visualizing Math*. Tersedia di <http://archive.bridgesmathart.org/2013/bridges2013-9.pdf> . Diakses tanggal 9 Februari 2018. (2013)