PERANCANGAN REDUKSI SETUP TERPADU DALAM PENENTUAN UKURAN LOT GABUNGAN UNTUK MEMINIMASI BIAYA TOTAL PEMASOK DAN MANUFAKTUR TUNGGAL

Lutfi Nurcholis*)

Abstrak

Artikel ini membahas mengenai ukuran lot gabungan dalam suatu jaringan sistem produksi dengan pemasok tunggal dan pemanufaktur tunggal. Model mempertimbangkan reduksi waktu setup dan ukuran lot untuk mengurangi persediaan yang berpengaruh pada biaya produksi. Tujuan dari penulisan artikel adalah meminimasi biaya total gabungan yang melibatkan semua biaya yang dikeluarkan oleh pemasok dan manufaktur. Artikel ini membahas dua skenario, yaitu pengiriman tunggal (*single delivery*) dan pengiriman lebih dari satu kali pengiriman (*multiple deliveries*). Biaya pemasok terdiri dari biaya setup dan biaya simpan, sedangkan biaya pemanufaktur terdiri dari biaya pesan dan biaya simpan. Variabel keputusan dalam model adalah jumlah pemesanan (Q), laju pengurangan setup (R) dan jumlah pengiriman (n).

Kata Kunci : Pemasok Tunggal, Pemanufaktur Tunggal, Biaya Produksi

1. Latar belakang

Secara konvensional, perusahaan pemasok dan manufaktur memecahkan permasalahan persediaan secara terpisah. Hal ini dikarenakan belum adanya kesepakatan maupun perjanjian kerjasama antara manufaktur dan pemasok, sehingga permasalahan penentuan kebijakan persediaan yang terdapat pada perusahaan pemasok tidak bergantung pada kebijakan persediaan pada perusahaan manufaktur, demikian pula sebaliknya (Goyal dan Gupta, 1989). Kerjasama dalam penentuan kebijakan pada perusahaan pemasok dan manufaktur dalam hal persediaan menciptakan suatu jaringan sistem produksi (*production system network* (PSN)) yang memiliki pola hubungan kolaboratif (*collaborative relationship*). Hubungan ini menciptakan suatu inovasi dalam sistem manufaktur yang tentunya membawa manfaat bagi kedua belah pihak. Silver, Pyke dan Peterson (1998) mengemukakan perlunya koordinasi dalam penentuan kebijakan persediaan antara pemasok dan manufaktur, dengan tujuan untuk dapat melakukan penghematan pada aspek biaya setup per unit, biaya pesan per unit dan biaya transportasi per unit. Penentuan kebijakan persediaan sebagai hasil kerjasama antara pemasok dan manufaktur menciptakan perlunya penentuan ukuran lot gabungan.

*) Dosen Program Studi S1 Teknik Mesin Universitas Muhammadiyah Semarang (UNIMUS)

Penentuan ukuran lot gabungan dikemukakan pertama kali oleh Goyal (1976), walaupun sesungguhnya istilah ukuran lot gabungan (*joint economic lot sizing*-JELS) diperkenalkan oleh Banerjee (1986). Selanjutnya, Goyal (1988) mengembangkan hasil kerja Banerjee dengan ukuran lot setiap pengiriman sama, diikuti Hill (1997) dengan ukuran lot yang tidak sama yang kemudian di modifikasi oleh Goyal (2000). Beberapa penelitian berkaitan dengan penentuan ukuran lot telah dilakukan antara lain oleh Miller dan Kelle (1998), Hill (1999), Goyal dan Nebebe (2000), Goyal (2000), Goyal dan Cardenas-Barron (2001), Kim dan Ha (2003) dan Lee (2005).

Keberhasilan JIT (*Just-in-Time*) di perusahaan Toyota Motor telah menyebar ke berbagai industri. Berdasarkan studi yang dilakukan oleh Mehra dan Inman (1992) terdapat empat faktor kunci keberhasilan implementasi JIT, yaitu strategi produksi JIT, strategi pemasok JIT, strategi pendidikan JIT dan manajemen. Mereka mengemukakan bahwa strategi produksi JIT, termasuk pengurangan waktu setup dan ukuran lot *'in-house'*, serta strategi pemasok JIT, yang mencakup ukuran lot pemasok, secara signifikan berhubungan langsung dengan keberhasilan implementasi JIT.

Pertama kali Porteus (1985) yang memperkenalkan fungsi investasi reduksi biaya setup pada model EOQ, dan diikuti oleh Spence dan Porteus (1987) dan Chyr (1996). Kim, Hayya dan Hong (1992), dan Kreng dan Wu (2000) melakukan reduksi setup pada model EMQ.

Penelitian Banerjee dan Kim (1995) menunjukkan bahwa keberhasilan implementasi JIT memiliki kecenderungan yang lebih besar pada kondisi adanya hubungan kerjasama dalam jangka panjang antara pemasok dan pemanufaktur dibandingkan dengan hubungan sesaat atau jangka waktu yang singkat. Sesungguhnya pemanfaatan konsep JIT pada model ukuran lot gabungan telah dikemukakan dalam studi literatur Goyal dan Gupta (1989).

Walaupun demikian, belum banyak penelitian dilakukan pada suatu jaringan sistem produksi yang berkaitan dengan ukuran lot gabungan yang mempertimbangkan faktor setup.

Tujuan penulisan makalah adalah mendapatkan model penentuan ukuran lot gabungan yang memperhitungkan aspek pengurangan setup, sehingga akan meminimasi biaya total gabungan

2. Kajian pustaka

Konsep dan teori yang mendasari penelitian diawali dari model klasik persediaan EOQ (*Economic Order Quantity*) dan EMQ (*Economic Manufacturing Quantity*) yang selanjutnya menjadi dasar pengembangan model JELS (*Joint Economic Lot Sizing*).

2.1 Notasi

D	= permintaan per tahun
A	= biaya pesan per sekali pesan
S	= biaya setup per sekali setup
H	= biaya simpan per unit per perioda
H_V	= biaya simpan per unit per perioda bagi pemasok
H_B	= biaya simpan per unit per perioda bagi pemanufaktur
Q	= ukuran lot
n	= frekwensi pengiriman (integer)
P	= laju produksi
TRC	= biaya total (*total relevant cost*)
JTRC	= biaya total gabungan (*joint total relevant cost*)
C_V	= biaya produksi per unit
C_Q	= biaya yang harus dibayar pemanufaktur per unit
r	= tingkat suku bunga (%)

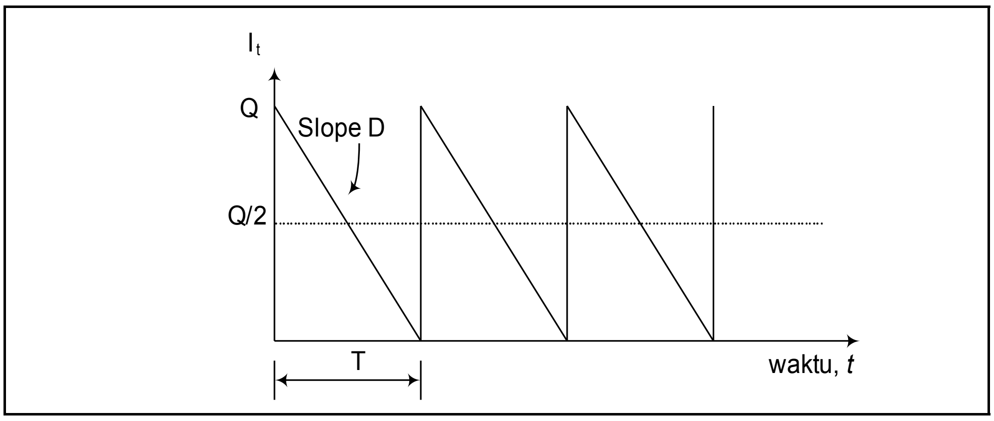
2.2 **Model persediaan**

2.2.1 ***Economic Order Quantity (EOQ)***

EOQ merupakan model dasar untuk semua model persediaan yang diperkenalkan oleh Harris dikenal dengan nama rumus Wilson, seperti yang diperlihatkan pada Gambar 1. Adapun asumsi yang digunakan, sebagai berikut (Sipper dan Bulfin, 1997);

1. hanya terdapat satu *item* tunggal di dalam sistem persediaan.
2. permintaan *uniform* dan deterministik.
3. tidak diijinkan *shortages*.
4. tidak ada *lead time* (yaitu waktu antara pemesanan dan penerimaan)
5. keseluruhan pesanan datang pada saat yang sama, disebut sebagai *infinite replenishment rate*.
6. biaya setup dan biaya pesan tetap dan tidak tergantung ukuran lot (Tersine, 1994).

Gambar 1. Model persediaan EOQ



Model klasik EOQ memperhitungkan dua biaya, yaitu: biaya setup atau biaya pesan dan biaya simpan. Sistim manufaktur diasumsikan memiliki permintaan yang tetap per perioda, D dan di produksi dalam ukuran lot sebesar Q. Proses dari setiap lot melibatkan operasi setup, dimana setiap setup membutuhkan biaya setup, S. Biaya setiap perioda dengan beberapa kali setup menjadi DS/Q, sedangkan rata-rata persediaan adalah H.Q/2.

Total biaya persediaan = biaya setup + biaya simpan

$$TRC(Q) = \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H \tag{1}$$

Ukuran lot optimal diperoleh dari turunan pertama total biaya persediaan, yaitu;

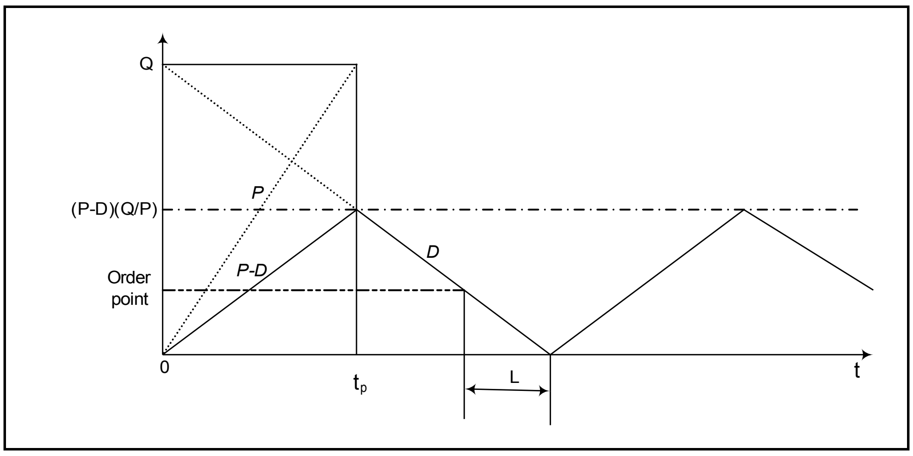
$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \tag{2}$$

2.2.2 *Economic Manufacturing Quantity (EMQ)*

EMQ merupakan pengembangan dari model EOQ dengan mengabaikan asumsi *infinite replenishment rate* menjadi *finite*. Kondisi ini merupakan karakteristik dari pemanufaktur, dimana pengiriman lot sesuai dengan laju produksi per satuan waktu, P. Pada dasarnya seperti pada model EOQ, EMQ terdiri dari biaya setup dan biaya simpan.

Apabila dari t=0 hingga $t=t_p$ tidak ada permintaan, maka laju produksi akan meningkat sebesar P. Oleh karena adanya laju permintaan D, maka persediaan akan meningkat sebesar (P-D), dimana P > D dan persediaan maksimum terdapat pada level $(P-D)t_p$ dengan $t_p = Q/P$ (Tersine, 1994).

Gambar 2. Model persediaan *Economic Manufacturing Quantity* (EMQ)



Biaya total persediaan = biaya setup + biaya simpan

$$TRC(Q) = \frac{D}{Q}S + \frac{QH(P - D)}{2P} \qquad (3)$$

Ukuran lot optimal diperoleh dari turunan pertama total biaya persediaan, yaitu;

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DSP}{H(P - D)}} = \sqrt{\frac{2DS}{H}.\frac{P}{(P - D)}} \qquad (4)$$

2.2.3 Joint Economic Lot Sizing (JELS)

Model persediaan terintegrasi untuk produk tunggal dikemukakan pertama kali oleh Goyal (1977), walaupun sesungguhnya istilah ukuran lot gabungan (*joint economic lot sizing*-JELS) baru diperkenalkan oleh Banerjee (1986), dimana pemasok berproduksi sesuai permintaan berbasis *lot-for-lot*. Rumus persediaan EOQ dimanfaatkan oleh Banerjee untuk merumuskan perhitungan ukuran lot gabungan, yang merupakan fungsi dari permintaan, biaya simpan, laju produksi, biaya setup, biaya produksi per unit dan biaya pesan.

$$JTRC = \frac{D}{Q}(S + A) + \frac{Q}{2}i(\frac{D}{P}C_V + C_Q) \qquad (5)$$

diperoleh ukuran lot gabungan untuk pemasok dan pemanufaktur ;

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(S + A)}{i(C_V \frac{D}{P} + C_Q)}} \qquad (6)$$

sehingga minimasi JTRC, sebagai berikut;

$$JTRC(Q^*) = \sqrt{\left[2Di(S + A)\left(C_V \frac{D}{P} + C_Q\right)\right]} \qquad (7)$$

2.2.3.1 JELS untuk pemasok tunggal dengan pemanufaktur tunggal

Terdapat tiga *policy* pengiriman produk dari pemasok ke pemanufaktur;

1) pengiriman dengan ukuran yang sama.

a) Dalam model Goyal (1988) pengiriman dilakukan **apabila keseluruhan lot telah selesai diproduksi**, terdapat *n* kali pengiriman dengan ukuran yang sama, sehingga diperoleh ukuran lot gabungan;

$$Q(n) = \sqrt{\frac{2D\left(A + \frac{S}{n}\right)}{i\left(C_Q - C_V + nC_V\left(1 + \frac{D}{P}\right)\right)}} \tag{8}$$

Untuk n = 1, maka persamaan (2.8) menjadi sama dengan persamaan (2.6).

Biaya total gabungan untuk pemasok dan pemanufaktur, sebagai berikut;

$$JTRC(Q,n) = \frac{D}{Q}(A + S) + \frac{Q}{2}i\left(C_Q - C_V + nC_v\left(1 + \frac{D}{P}\right)\right) \tag{9}$$

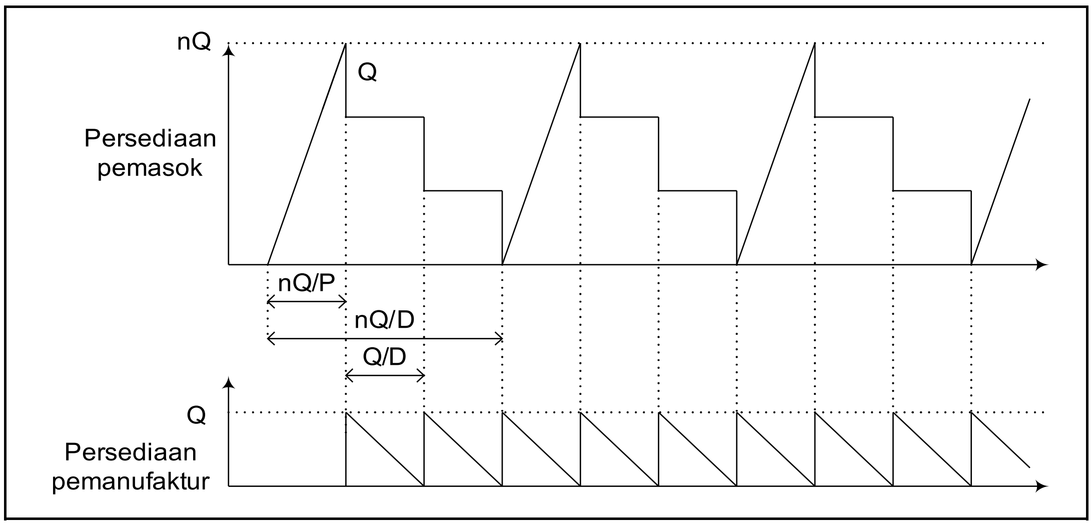
Nilai *Q(n)* disubstitusikan pada *JTRC(Q,n),* diperoleh;

$$JTRC(n) = \sqrt{2Di\left[\left(A + \frac{S}{n}\right)\left(C_Q - C_V + nC_V\left(1 + \frac{D}{P}\right)\right)\right]} \tag{10}$$

$$(JTRC(n))^2 = 2Di\left[A(C_Q - C_V) + \underbrace{\frac{S}{n}(C_Q - C_V) + nAC_V\left(1 + \frac{D}{P}\right)}_{Z(n)} + SC_V\left(1 + \frac{D}{P}\right)\right]$$

$$n^*(n^*+1) \geq \frac{S(C_Q - C_V)}{AC_V\left(1 + \frac{D}{P}\right)} \geq n^*(n^*-1) \tag{11}$$

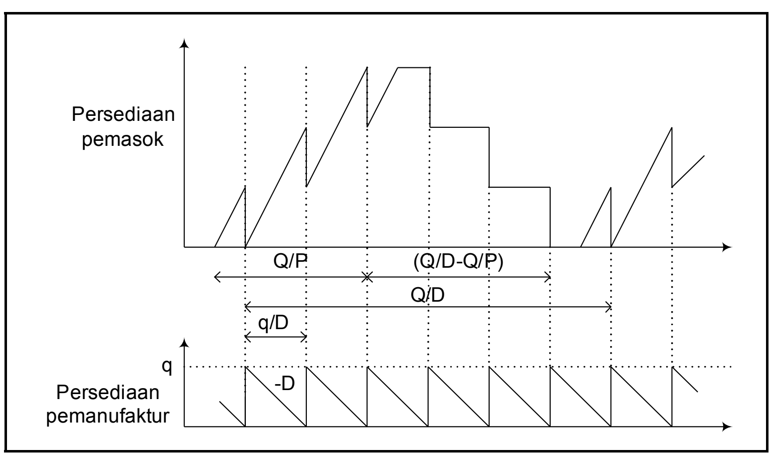
Model integrasi pemasok dan pemanufaktur untuk produk tunggal digambarkan oleh Goyal (1988) pada Gambar .3.



Gambar 3. Model persediaan *JELS*

Sumber : Goyal (2008)

b) Kim dan Ha (2003) mengembangkan model *single-setup-multiple-delivery* (SSMD), dimana permintaan pemanufaktur diproduksi dengan satu kali setup oleh pemasok dan pengiriman dilakukan beberapa kali dalam jumlah sama. Kim dan Ha memanfaatkan pendekatan JIT dengan melakukan *lot-splitting* dan pengiriman dilakukan **tanpa menunggu keseluruhan lot selesai di produksi** (gambar 4).



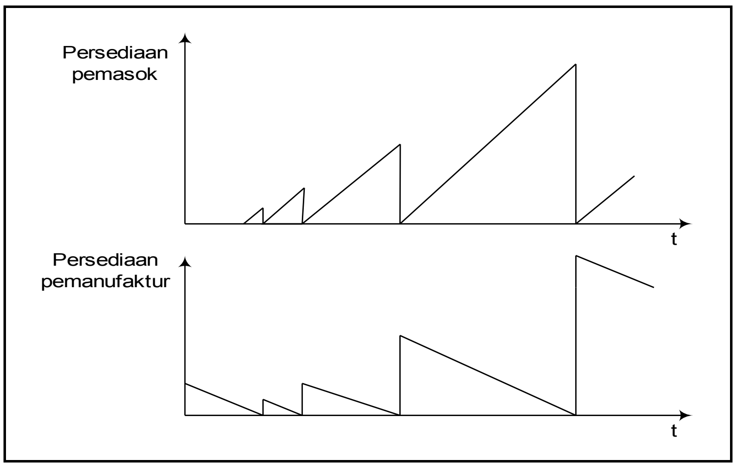
Gambar 4 . Model persediaan *JELS* (Kim dan Ha, 2003)

Sumber : Kom dan Ha (2003)

Biaya total pemanufaktur terdiri dari onngkos pesan, biaya simpan serta biaya transportasi dan biaya penerimaan.

2) pengiriman dengan ukuran yang berbeda

Kebijakan pengiriman yang berurutan dengan ukuran berbeda meningkat dengan faktor tetap sebesar D/P dalam suatu lot produksi dikemukakan oleh Goyal (1995). Hill (1997) mempergunakan ukuran batch Q dengan *n* pengiriman yang berbeda, meningkat sebesar λ yang nilainya berada dalam rentang [1,P/D], apabila λ =1, maka pengiriman memiliki ukuran yang sama. Pengiriman dilakukan, meskipun batch belum selesai di produksi, perhatikan gambar 5.



Gambar 5. Model persediaan untuk λ = P/D = 2 dan n = 4

Sumber : Hill (1997)

3) pengiriman dengan ukuran sama dan berbeda

Lu (1995) menyatakan bahwa ukuran pengiriman dipengaruhi oleh interval waktu setup pemasok yang besarannya tidak sama pada nilai tertentu dan interval waktu pemesanan oleh pemanufaktur. Viswanathan (1998) menyebutkan model Goyal (1995) sebagai *'deliver what is produced'* (DWP) dan model Lu (1995) sebagai *'identical delivery quantity'* (IDQ). Penggunaan kedua model ini tergantung pada parameter permasalahan. Apabila rasio biaya simpan pemanufaktur terhadap pemasok meningkat (H_B/H_V) meningkat, maka model IDQ akan memberikan solusi yang lebih baik, tetapi apabila rasio laju permintaan terhadap laju produksi (D/P) meningkat, maka model DWP lebih baik.

2.3 Pengurangan setup

2.3.1 Waktu setup dan biaya setup

Waktu setup adalah waktu yang dibutuhkan mesin, lini atau stasiun kerja untuk melakukan setup. Setup dikaitkan dengan proses pengembalian pada kondisi semula dari pengaruh proses yang baru selesai dilakukan, dan selanjutnya mesin dipersiapkan untuk memproduksi *item* berikutnya sesuai jadwal yang telah ditentukan. Biaya setup berkaitan erat dengan proses setup. Biaya setup terdiri dari beberapa faktor seperti mendapatkan material, tools, dies dan jig serta biaya pekerja langsung yang mengerjakan setup. Dengan demikian biaya setup dapat dituliskan sebagai berikut;

Biaya setup = waktu setup x laju upah setup

Oleh karena itu, pengurangan waktu setup akan mempengaruhi pengurangan biaya setup, baik secara linier seperti yang dikemukakan Kreng dan Wu (2000) atau secara proporsional (Kim, 1990), sehingga dapat dinyatakan bahwa pengurangan setup dalam waktu akan mengurangi secara langsung biaya per sekali setup.

2.3.2 Pengurangan setup pada model EOQ

Porteus bertujuan mengurangi biaya setup (S) didalam model *economic order quantity* (EOQ), dimana biaya setup menjadi variabel keputusan disamping ukuran lot, dengan nilai investasi, $a_S(S)$. Investasi dibutuhkan untuk mengurangi biaya setup hingga mencapai level S. Dalam hal ini biaya investasi merupakan fungsi logarithmic dengan persamaan;

$$a_S(S) = a - b\ln(S) \quad untuk\ 0 < S \leq S_0 \tag{12}$$

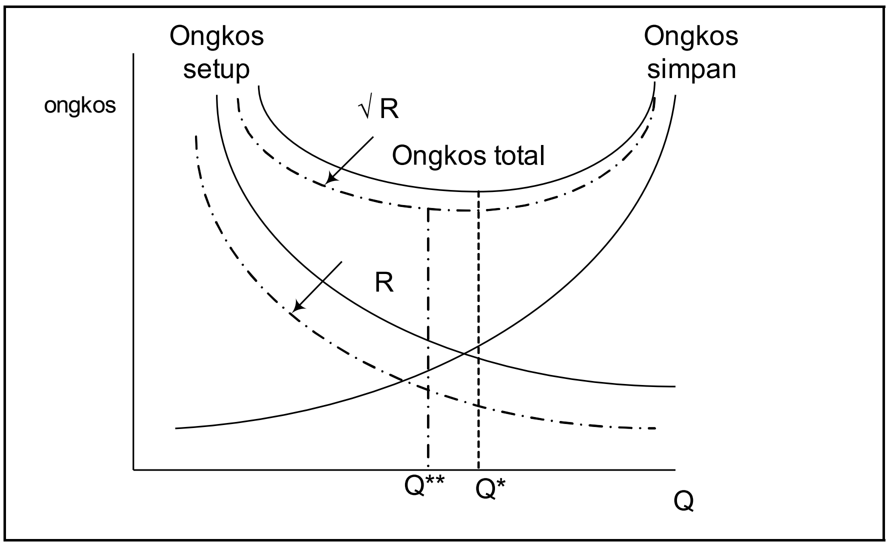
dimana, $a_S(S_0) = 0$, S_0 = biaya setup sebelum reduksi.

$a = b\ln(S_0)$, dengan a, b dan S_0 merupakan konstanta yang positif.

$b = -\theta/\ln(1-r)$, dengan θ adalah biaya pengurangan setup sebesar r %

Ini berarti jika tidak terjadi pengurangan setup maka ukuran lot optimal akan sama dengan rumus EOQ pada persamaan 2. Sebaliknya, jika terjadi pengurangan setup maka ukuran lot optimal menjadi lebih kecil.

Chyr (1994) menyatakan bahwa pengurangan biaya setup memberikan dua hasil, yaitu: penurunan tingkat persediaan dan pengurangan biaya total. Perhatikan gambar 6, apabila S adalah biaya setup, maka minimasi biaya per perioda pada formula EOQ adalah: $TRC(Q^*) = \sqrt{2\,DSH}$. Pengurangan biaya setup akan mengurangi biaya total per perioda. Apabila pengurangan setup senilai R, maka biaya total akan berkurang sebesar $\sqrt{R}$ dan hal ini berlaku pada kondisi stationary.



Gambar 6. EOQ dengan reduksi setup

2.3.3 Pengurangan setup pada model EMQ

Kim (1990) memberikan ilustrasi pengaruh pengurangan biaya per sekali setup pada ukuran lot dan biaya persediaan pada model EMQ dalam kaitannya dengan model EOQ.

$$Q^* = \sqrt{2DS/(H(1-D/P))} = EOQ/\sqrt{(1-D/P)} \quad (13)$$

$$TRC_{EMQ} = \sqrt{2DSH(1-D/P)} = TRC_{EOQ}\sqrt{(1-D/P)} \quad (14)$$

Dengan demikian ukuran lot optimal (persamaan 13) dan biaya persediaan (14) akan berkurang apabila terjadi pengurangan setup. Perlu diperhatikan bahwa pengurangan biaya setup mengurangi ukuran batch, yang akan mengurangi biaya simpan, tetapi pengurangan ukuran lot pengaruhnya tidak signifikan terhadap efektivitas sistem secara keseluruhan, karena apabila ukuran batch semakin kecil, maka jumlah setup meningkat, akibatnya biaya setup per satuan waktu akan meningkat. Oleh karena itu terjadi *trade-off* antara mengurangi biaya simpan dengan meningkatnya biaya setup, hal ini menunjukkan pentingnya pengurangan biaya setup terhadap keberhasilan suatu sistem produksi.

2.3.4 Pengurangan setup pada model JELS

Makalah ini mengembangkan model JELS dari Kim dan Ha (2003) dengan variabel keputusan laju pengurangan waktu setup. Fungsi logarithmic setup digunakan merupakan pengembangan dari model Kreng dan Wu (2000), dimana waktu dan biaya setup berhubungan secara linier.

$$C_s(t_s^{'}) = x - y\ln(t_s^{'}) \quad for \quad 0 \le t_s^{'} \le t_s \tag{15}$$

dimana x dan y dan t_s merupakan konstanta, t_s = setup awal dan t'_S adalah setup setelah reduksi, sehingga $0 \le t_s^{'} \le t_s$. Biaya tetap dibutuhkan untuk melakukan reduksi waktu setup. Sebagai contoh, apabila t_s = satu jam dan laju untuk mengurangi waktu setup adalah tetap sebesar 15%, maka dibutuhkan Rp. 100.000 untuk mengurangi waktu setup menjadi 0.85 jam ($=t_s^{'}$), dan biaya Rp. 200.000 untuk mengurangi waktu setup menjadi 0.72 jam. Andaikan m merupakan unit penambahan investasi dan θ adalah laju reduksi yang tetap. Untuk $C_S(t_S) = 0$,maka $y = -m/\ln(0.85)$ atau dapat dituliskan sebagai berikut $y = -m/\ln(1-\theta)$ dan and $x = y\ln(t_S)$.

Kreng and Wu (2000) mendefinisikan laju reduksi waktu setup adalah R, diperoleh:

$$R = 1 - \frac{t_s^{'}}{t_s} \quad for \ 0 \le R \le 1 \tag{16}$$

Oleh karena R merupakan variable keputusan, maka persamaan untuk biaya reduksi waktu setup menjadi:

$$C_s(t_S^{'}) = \frac{m}{\ln(1-\theta)}\ln(1-R) \tag{17}$$

3. Pengiriman tunggal dengan reduksi waktu setup

Sebelum mengintegrasikan persamaan (16) dan (17) kedalam persamaan biaya total gabungan, ambil $S = st_S^{'}$ dan $t_S^{'} = t_S(1-R)$, dimana s sebagai biaya setup per unit waktu dan t_s sebagai waktu setup per *production run* sebelum reduksi. Biaya total gabungan untuk pengiriman tunggal dengan mempertimbangkan biaya reduksi waktu setup dapat dituliskan sebagai berkut:

$$\begin{aligned} JTRC(Q,R) = & \left(\frac{D}{Q}\right)(s.t_s(1-R)+A) + \left(\frac{Q}{2}\right)r\left[(D/P)C_V + C_Q\right] \\ & + k\frac{M}{\ln(1-\theta)}\ln(1-R) \end{aligned} \tag{18}$$

dimana, $Q_{JTRC(Q)}^{SU*} = \sqrt{\frac{2D(st_S(1-R)+A)}{r((D/P)C_V + C_Q)}}$ (19)

$$R^* = 1 - \frac{Qkm}{D.st_s\ln(1-\theta)} \tag{20}$$

k adalah amortisasi dari modal yang dipergunakan untuk mereduksi waktu setup. Diasumsikan bahwa nilai reduksi tetap sebesar θ, dapat dicapai, apabila penambahan unit biaya senilai m dilakukan.

4. Pengiriman beberapa kali dengan reduksi waktu setup

Pengabungan persamaan (16) dan (17) pada pengiriman lebih dari satu kali, menghasilkan persamaan sebagai berikut;

$$TC(Q,n,R)_{JTRC} = \left(\frac{D}{Q}\right)\left(st_s(1-R)+A\right)+\frac{Qr}{2n}\left[C_Q+C_V\left\{\frac{(2-n)D}{P}+n-1\right\}\right] + k\frac{M}{\ln(1-\theta)}\ln(1-R) \tag{21}$$

Persamaan biaya diatas melibatkan lima komponen, dengan fungsi objektif minimasi biaya gabungan antara pemasok dan pemanufaktur, yang terdiri atas; biaya pesan pemanufaktur + biaya setup pemasok setelah reduksi + biaya simpan pemanufaktur + biaya simpan pemasok + modal untuk reduksi setup per tahun. Fungsi biaya ini merupakan fungsi konveks (pembuktian pada appendix A) yang memiliki tiga variable keputusan, Q, R dan n, dimana n merupakan variable diskrit.

$$\frac{\partial (TC)_{Q,n,R}}{\partial Q} = \frac{-D[st_s(1-R)+A]}{Q^2} + \frac{r}{2n}\left[C_Q+C_V\left\{\frac{(2-n)D}{P}+n-1\right\}\right] = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial (TC)_{Q,n,R}}{\partial n} = -\frac{Qr}{2n^2}\left[C_Q+C_V\left[\frac{(2-n)D}{P}+n-1\right]\right] + \frac{Qr}{2n}\left[C_V\left\{-\frac{D}{P}+1\right\}\right] = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial (TC)_{Q,n,R}}{\partial R} = k\frac{m}{\ln(1-\theta)}\frac{1}{1-R} - \frac{Dst_s}{Q} = 0 \tag{24}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2nD[st_s(1-R)+A]}{r\left[C_Q+C_V\left[\frac{(2-n)D}{P}+n-1\right]\right]}} \tag{25}$$

$$R^* = 1 - \frac{Qkm}{D.st_s \ln(1-\theta)} \tag{26}$$

5. **Contoh numerik**

Contoh numerik diambil dari Banerjee (1986), kemudian di modifikasi oleh Kim & Ha (2003) dan ditambahkan oleh Kreng & Wu (2000). Parameter yang diketahui adalah D = 1000 unit per tahun, P = 3200 unit per tahun, A= 100, s = 100, t_s = 4, C_V = 20, C_Q = 25, r =0.2, m = 1000, θ = 0.2 dan k = 0.2.

5.1 Contoh untuk pengiriman tunggal

Contoh yang digunakan berdasarkan pada lot-for-lot, dengan memanfaatkan persamaan (18) dan (19), maka diperoleh tabel 1 yang memperlihatkan pengaruh reduksi setup (R) pada ukuran lot (Q) dan biaya total gabungan untuk pengiriman tunggal.

Tabel 1. Pengaruh R pada ukuran lot dan biaya total

R		t_s				Q	ΔQ	ΔQ/Δt	TC(Q,R)	Δ TC
$=1-t_s'/t_s$	Δ%	t_s'	t_s	t_s'/t_s	Δt	(round up)				
0.0	0	4.0	4	1.0	0.0	400	-	-	2500.00	-
0.1	10	3.6	4	0.9	0.4	384	16	40.00	2492.35	7.65
0.2	20	3.2	4	0.8	0.8	367	33	41.25	2491.29	8.71
0.3	30	2.8	4	0.7	1.2	349	51	42.50	2499.13	0.87
0.4	40	2.4	4	0.6	1.6	330	70	43.75	2519.40	-19.40
0.5	50	2.0	4	0.5	2.0	310	90	45.00	2557.75	-57.75
0.6	60	1.6	4	0.4	2.4	288	112	46.67	2624.03	-124.03
0.7	70	1.2	4	0.3	2.8	265	135	48.21	2737.41	-237.41
0.8	80	0.8	4	0.2	3.2	240	160	50.00	2942.51	-442.51
0.9	90	0.4	4	0.1	3.6	212	188	52.22	3386.65	-886.65
1.0	100	0.0	4	0.0	4.0	179	221	55.25	-	-

Berdasarkan contoh diatas diperoleh, apabila waktu setup di reduksi dari 4 menjadi 0 dan semua parameter tidak berubah, maka solusi optimal adalah *R**=20%, *Q**=367 dan $TC^*(Q,R)_{JTRC}$=2491.29.

5.2 Contoh untuk beberapa kali pengiriman

Dengan memanfaatkan persamaan (22), (23) dan (24), maka diperoleh tabel 2a dan tabel 2b yang memperlihatkan pengaruh reduksi setup (R) pada ukuran lot (Q) dan biaya total gabungan untuk pengiriman lebih dari satu kali.

Tabel 2a. Pengaruh R pada ukuran lot dan biaya total untuk n =1,2,3

R	n=1		n=2			n=3		
$=1-t_s'/t_s$	Q	TC	Q	TC	ΔTC	Q	TC	ΔTC
0.0	400	2500.0	471	1673.5	-	505	1339.0	-
0.1	384	2492.4	452	1699.6	26.1	485	1378.8	39.8
0.2	367	2491.3	432	1733.8	34.2	463	1427.2	48.4
0.3	349	2499.0	411	1778.6	44.8	441	1487.0	59.8
0.4	330	2519.4	389	1873.8	95.2	417	1562.0	75.0
0.5	310	2557.8	365	1917.5	43.7	391	1658.5	96.5
0.6	288	2624.0	340	2028.0	110.5	364	1786.8	128.3
0.7	265	2737.4	313	2189.2	161.2	335	1967.3	180.5
0.8	240	2942.5	283	2446.6	257.4	303	2245.9	278.6
0.9	212	3386.7	249	2949.3	502.7	267	2772.3	526.4
1.0	179	-	211	-		226	-	-

Tabel 2a. Pengaruh R pada ukuran lot dan biaya total untuk n =4,5,6

R	n=4			n=5			n=6		
$=1-t_s'/t_s$	Q	TC	ΔTC	Q	TC	ΔTC	Q	TC	ΔTC
0.0	525	1155.5	-	538	1039.0	-	548	958.5	-
0.1	504	1202.8	47.3	516	1091.1	52.1	525	1013.8	55.3
0.2	481	1259.0	56.2	493	1152.3	61.2	502	1078.5	64.7
0.3	458	1327.0	68.0	469	1225.5	73.2	478	1155.3	76.8
0.4	433	1410.7	83.7	444	1314.7	89.2	452	1248.3	93.0
0.5	407	1516.3	105.6	417	1426.1	111.4	424	1363.7	115.4
0.6	379	1654.5	138.2	388	1570.6	144.5	395	1512.5	148.8
0.7	348	1845.6	191.1	357	1768.4	197.8	363	1714.9	202.4
0.8	315	2135.8	290.2	323	2065.9	297.5	329	2017.6	302.7
0.9	278	2675.2	539.4	285	2613.6	547.7	290	2570.9	553.3
1.0	235	-		241	-		245	-	

Untuk memperoleh nilai Q, n dan R maka solusi optimal dapat ditentukan melalui tahapan berikut;

Langkah 1: tentukan n = 1, gunakan pada persamaan (22)

Langkah 2: tentukan R = 0 hingga R = 1 dengan setiap peningkatan 0,1

Langkah 3: Hitung Q dan biaya total untuk nilai *n* yang feasible.

Langkah 4: Tentukan biaya total minimum, apabila nilai TC selalu meningkat, tentukan dengan ΔTC terkecil.

Tabel 2a dan tabel 2b, menunjukkan untuk perhitung n $\leq$ 6, karena n > 6 akan memberikan hasil yang negatif untuk biaya simpan. Nilai n = 1, memberikan hasil yang sama dengan pengiriman tunggal. Berdasarkan perhitungan, maka nilai n = 2,3,4,5 dan 6 akan memberikan Δt minimum, jika R=0,1. Ini berarti, penambahan biaya total yang optimal terjadi pada saat setup di reduksi dari 4 hingga 3,6.

6. Kesimpulan

Makalah ini menjelaskan tentang model ukuran lot gabungan pada pengiriman tunggal dan pengiriman lebih dari satu kali. Pada kasus pengiriman tunggal, biaya total minimum dicapai pada saat laju waktu reduksi setup sama dengan 0,2 dan nilai optimal Q = 367. Sementara itu, pada kasus pengiriman beberapa kali, memiliki batas maksimum tidak melebihi 7 kali pengiriman. Perhitungan menunjukkan untuk semua jumlah pengiriman (n = 2,3,4,5 dan 6) memberikan solusi optimal yang sama, yaitu dengan 10% reduksi.

Appendix A.

Bukti konveksitas dari persamaan (21)

A.1 Kondisi perlu

$$g_1 = g_2 = g_3 = 0$$

$$g_1 = \frac{\partial\,(TC)}{\partial\,Q};g_2 = \frac{\partial\,(TC)}{\partial\,n}\quad and\quad g_3 = \frac{\partial\,(TC)}{\partial\,R}$$

A.2. Kondisi cukup

$|\bullet| =$ *Hessian determinant*

$$|H_1| > 0,\quad |H_2| > 0,\quad |H_3| > 0$$

$$|H| = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{vmatrix} \qquad \begin{aligned} |H_1| &= g_{11} \\ |H_2| &= g_{11}g_{22} - g_{12}g_{21} \\ |H_3| &= |H| \end{aligned}$$

$$|H_3| = |H| = g_{11}g_{22}g_{33} + g_{12}g_{23}g_{31} + g_{13}g_{21}g_{32} - g_{13}g_{22}g_{31} - g_{12}g_{21}g_{33} - g_{11}g_{23}g_{32}$$

$$g_{12}g_{23}g_{31} = g_{13}g_{21}g_{32} = g_{11}g_{23}g_{32} = 0$$

$$g_{11} = \frac{\partial(TC)}{\partial Q \partial Q} = \frac{2D}{Q^3}\left[S_0(1-R) + A\right]$$

$$g_{12} = \frac{\partial(TC)}{\partial Q \partial n} = -\frac{r}{2n^2}\left[C_Q + C_V\left(\frac{(2-n)D}{P} + n - 1\right)\right] + \frac{r}{2n}\left[C_V\left(-\frac{D}{P} + 1\right)\right]$$

$$g_{13} = \frac{\partial(TC)}{\partial Q \partial R} = \frac{D}{Q^2}S_0$$

$$g_{21} = \frac{\partial(TC)}{\partial n \partial Q} = -\frac{r}{2n^2}\left[C_Q + C_V\left(\frac{(2-n)D}{P} + n - 1\right)\right] + \frac{r}{2n}\left[C_V\left(\frac{-D}{P} + 1\right)\right]$$

$$g_{22} = \frac{\partial(TC)}{\partial n \partial n} = \frac{Qr}{n^3}\left[C_Q + C_V\left(\frac{(2-n)D}{P} + n - 1\right)\right] - \frac{Qr}{n^2}\left[C_V\left(\frac{-D}{P} + 1\right)\right]$$

$$g_{23} = \frac{\partial(TC)}{\partial n \partial R} = 0$$

$$g_{31} = \frac{\partial(TC)}{\partial R \partial Q} = -\frac{r}{2n^2}\left[C_Q + C_V\left(\frac{(2-n)D}{P} + n - 1\right)\right] + \frac{r}{2n}\left[C_V\left(\frac{-D}{P} + 1\right)\right]$$

$$g_{32} = \frac{\partial(TC)}{\partial R \partial n} = 0$$

$$g_{33} = \frac{\partial(TC)}{\partial R \partial R} = k\frac{m}{\ln(1-\theta)}\frac{1}{(1-R)^2}$$

Pembuktian ini menunjukkan bahwa $|H_1| > 0, |H_2| > 0$ dan $|H_3| > 0$, maka TC(Q,n,R) adalah konveks .

Referensi

Affisco, John F., Paknejad, M. Javad dan Nasri, Farrokh (1993), A comparison of alternative joint vendor-purchaser lot-sizing models, *International Journal of Production Research* 31 (11), 2661-2676.

Banerjee, Avijit (1986), A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor, *Decision Sciences*, 17, 292-311.

Banerjee, Avijit dan Kim, Seung-Lae (1995), An integrated JIT inventory model, *International Journal of Operations & Production Management*, 15 (9), 237-244.
Chyr, F. (1996), The effects of varying set-up costs, *International Journal of Operations & Production Management*, 16 (3), 87-96.
Goyal, S.K. (1976), An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem, *International Journal of Production Research* 15 (1), 107-111.
Goyal, S.K. (1988), A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: A Comment, *Decision Sciences*, 19 (1), 236-241.
Goyal, S.K. dan Gupta, Y. P. (1989), Integrated inventory models: The buyer-vendor coordination , *European Journal of Operational Research* 41, 261-269.
Goyal, S.K. (1995), A one-vendor multi-buyer integrated inventory model: a comment, *European Journal of Operational Research* 82, 209-210.
Goyal, S.K. dan Nebebe, F. (2000), Determination of economic production-shipment policy for a single-vendor-single-buyer system, *European Journal of Operational Research* 121,175-178.
Goyal, S.K., (2000), On improving the single-vendor single-buyer integrated production inventory model with a generalized policy, *European Journal of Operational Research* 125, 429-430.
Goyal, S.K., dan Cardenas-Barron, L.E. (2001), Note on: 'An optimal batch size for a production system operating under just-in-time delivery system', *International Journal of Production Economics* 72, 99
Hill, Roger M. (1997), The single-vendor single-buyer integrated production-inventory model with a generalized policy, *European Journal of Operational Research* 97, 493-499.
Hill, Roger M. (1999), The optimal production and shipment policy for the single-vendor single buyer integrated production–inventory problem, *International Journal of Production Research* 37 (11), 2463-2475.
Hong, Jae-Dong, Kim, Seung-Lae dan Hayya, Jack C. (1996), Dynamic setup reduction in production lot sizing with nonconstant deterministic demand, *European Journal of Operational Research* 90, 182-196.
Kim, S., dan Ha, D. (2003), A JIT lot-splitting model for supply chain management: Enhancing buyer-supplier linkage, *International Journal of Production Economics* 86, 1-10.
Kim, Seung Lae, Hayya, Jack C. dan Hong, Jae-Dong (1992), Setup reduction in the economic production quantity model, *Decisions Sciences* 23 (2), 500-508.
Kreng, B., dan Wu, S. (2000), Implementing an optimal policy for setup time reduction in an economic production quantity model, *International Journal of Systems Science*, 31 (5), 605-612.

Lee, Wenyih (2005), A joint economic lot size model for raw material ordering, manufacturing
setup, and finished goods delivering, *Omega* 33, 163-174.

Mehra, Satish dan Inman, R. Anthony (1992), Determining the critical elements of Just-in-Time
implementation, *Decision Sciences*, 23 (1), 160-174.

Miller, Pam Anders dan Kelle, Peter (1998), Quantitative support for buyer-supplier negotiation
in just-in-time purchasing, *International Journal of Purchasing and Materials Management*, 34 (2), 25-30.

Porteus, E.L.(1985), Investing in reduced setups in the EOQ model, *Management Science*, 30 (8), 998-1010.

Silver, Edward A., Pyke, David F. dan Peterson, Rein (1998), *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, 3rd ed., John Wiley & Sons.

Sipper, Daniel dan Bulfin, Robert L (1997), *Production: Planning, Control and Integration*, MGH.

Spence, A.M. dan Porteus, E.L. (1987), Setup reduction and increased effective capacity, *Management Science*, 33 (10), 1291-1301