Jurnal Komputer dan Teknologi Informasi
Vol. 1, No. 1, Januari 2023, pp. 1~7
ISSN: 2986-7592, DOI: 10.26714/.v1i1.11287

Menguji Keefisienan Metode Newton-Raphson, Metode Secant, dan Metode Bisection dalam Memprediksi Implied Volatilities Saham PT. Bank Central Asia Tbk.

Denaya Ferrari Noval Agatra[1], Muh. Fatta Nur Razaq[2], Yesi Fitria Sari[3], Fanni Tyasari[4], Akhmad Fathurohman[5]
[1,2,3,4,5]Program Studi Informatika, Universitas Muhammadiyah Semarang, Semarang, Indonesia

Info Artikel

Histori Artikel:

Diterima, 10 September 2022
Revisi, 15 Desember 2022
Disetujui, 31 Januari 2023

Article History:

Recevied, September 10 2022
Revised, December 15 2022
Accepted, January 31 2023

Kata kunci:

Black-Scholes
Volatilitas
Metode Newton-Raphson
Metode Secant
Metode Bisection

ABSTRAK

Model Black-Scholes menyatakan bahwa volatilitas yang tetap atau tidak berubah selama masa pakai opsi harus diketahui. Namun, realitas di pasar tidak selalu sesuai dengan ini. Oleh karena itu, volatilitas harus diestimasi. Volatilitas terimplisit adalah volatilitas yang diperkirakan berdasarkan mekanisme pasar dan dianggap sebagai cara yang tepat untuk menilai volatilitas. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode Newton-Raphson, Secant, dan Bisection dalam mengestimasi volatilitas saham PT Bank Central Asia Tbk (BBCA). Hasilnya menunjukkan bahwa ketiga metode tersebut memiliki volatilitas terimplisit yang sama, di mana metode Newton-Raphson dan metode Secant mendapatkan akar lebih cepat dibandingkan dengan kedua metode lainnya, dan memiliki error relatif terkecil yang lebih kecil dibandingkan dengan metode Bisection.

ABSTRACT

The Black-Scholes model states that a fixed or unchanging volatility over the life of the option must be known. However, the reality in the market does not always match this. Therefore, volatility must be estimated. Implicit volatility is volatility estimated based on market mechanisms and is considered an appropriate way to assess volatility. This study aims to compare the Newton-Raphson, Secant, and Bisection methods in estimating the volatility of PT Bank Central Asia Tbk (BBCA) shares. The results show that the three methods have the same implied volatility, where the Newton-Raphson method and Secant method get the root faster than the other two methods, and have the smallest relative error which is smaller than the Bisection method.

Penulis Korespondensi:

Denaya Ferrari Noval Agatra
Program Studi Informatika, Fakultas Teknik, Universitas Muhammadiyah Semarang
Universitas Muhammadiyah Semarang
Jl. Kedungmundu No. 18, Semarang, Jawa Tengah, Indonesia
Email: bayezidahmad808@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Salah satu pilihan instrumen investasi yang dapat ditawarkan di pasar modal adalah opsi (*option*). Model *Black-Scholes*, yang dikembangkan oleh Myron Scholes dan Fischer Black pada tahun 1973, memberikan solusi untuk menentukan harga call option dan put option yang tidak membayar dividen. Model *Black-Scholes* menganggap volatilitas opsi adalah tetap atau konstan selama masa jatuh tempo opsi yang diketahui. Namun, realitas pasar menunjukkan bahwa volatilitas bergerak secara acak dan tidak dapat diamati secara langsung, sehingga diperlukan estimasi volatilitas yang disebut volatilitas tersirat. Volatilitas tersirat adalah volatilitas yang diharapkan dari mekanisme pasar dengan memilih kontrak opsi dengan tanggal kadaluwarsa yang sama. *Black* dan *Scholes* menunjukkan bahwa harga saham mengikuti gerak *Brown* geometrik pada suku bunga dan volatilitas tertentu. Pergerakan harga saham dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$dSt = \mu S_t\, dt + \sigma S_t\, dW_t \tag{1}$$

dimana

dS_t : perubahan harga saham yang mengikuti gerak *Brown geometric*
μ : rata-rata dari pengembalian saham
dt : perubahan waktu
σ : nilai volatilitas
W_t : gerak *Brownian*

Menurut Lee, kondisi pasar seperti yang dijelaskan dianggap tidak memiliki arbitrase. Dengan kata lain, para pelaku pasar modal mengasumsikan bahwa harga opsi di pasar modal sama dengan harga teoritis yang dihitung menggunakan formula *Black-Scholes*, atau dapat dituliskan sebagai

$$C_{obs} = C_{BS}(\sigma). \tag{2}$$

Dengan C_{obs} menyatakan harga opsi observasi yang diperoleh dari harga pasar sebenarnya, dengan *strike price* (*K*) dan masa jatuh tempo opsi (*T*) sama dengan *K* dan *T* saham induk. Dengan demikian, harga opsi teoritis yang didefinisikan oleh formula *Black-Scholes* adalah:

$$C_{BS} = S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \tag{3}$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{4}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \tag{5}$$

dimana $N(d_i)$ adalah fungsi distribusi normal kumulatif standar.

Nilai volatilitas selalu positif karena harga opsi teoritis (C_{BS}) adalah konstan dan harga opsi observasi (C_{obs}) monoton naik pada rentang [0,∞] (Dharmawan & Widana [2]).Dalam penelitian ini, solusi volatilitas akan diselesaikan dengan menggunakan metode *Secant* dan metode Bagi Dua (*Bisection*). Penurunan rumus metode *Newton-Raphson* dapat dilakukan secara geometris dan dengan bantuan deret Taylor. Jika xi-1 adalah hampiran saat ini, hampiran selanjutnya dapat ditulis sebagai xi yang dapat dituliskan sebagai berikut:.

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})},\ f'(x_{i-1}) \neq 0 \tag{6}$$

sampai $|e_r| < e_{tol}$, dengan

$$|e_r| = \left|\frac{x_i - x_{i-1}}{x_i}\right|,\ x_i \neq 0 \tag{7}$$

dan $e_{tol} = 10^{-5}$.

Metode *Secant* merupakan modifikasi dari metode *Newton-Raphson* dengan mengubah turunan yang digunakan dalam metode *Newton-Raphson* ke bentuk lain yang setara. Prosedur ini dimulai dengan perkiraan awal x_{i-1} dan x_i untuk solusi x. Kemudian kita menghitung x_{i+1} sebagai pendekatan baru untuk σ, yaitu

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \tag{8}$$

sampai $|e_r| < e_{tol}$.

Metode bagi dua dimulai dari interval [xi-1, xi], dimana f(xi-1) dan f(xi) memiliki tanda yang berbeda (Mathews [4]). Secara sistematik, metode bagi dua adalah metode mencari akar dengan cara mengurangi paruh pertama interval untuk memilih suatu titik.

$$x_{i+1} = \frac{x_{i-1}+x_i}{2} \quad (9)$$

dan kemudian menganalisa kemungkinan yang akan timbul:

a. Jika $f(x_{i-1})$ dan $f(x_{i+1})$ berbeda tanda, akar terletak di $[x_{i-1}, x_{i+1}]$
b. Jika $f(x_{i+1})$ dan $f(x_i)$ berbeda tanda, akar terletak di $[x_{i+1}, x_i]$
c. Jika $f(x_{i+1}) = 0$, diperoleh bahwa akar pada $x = f(x_{i+1})$

Jika salah satu dari kasus (a) atau kasus (b) terjadi, diperoleh interval yang merupakan setengah bagian dari interval pertama yang mengurung akar dan mengurangi separuh interval tersebut dengan proses yang sama. Pada proses selanjutnya, separuh interval baru tersebut dinamai $[x_{i-1}, x_i]$ dan proses diulang sampai $|e_r| < e_{tol}$. Jika kasus(c) terjadi, maka akar adalah x_{i+1}.

Selanjutnya membandingkan perhitungan antara metode *Newton-Raphson*, metode *Secant*, dan metode *Bisection* dalam mengestimasi nilai volatilitas saham.

2. METODE

2.1. Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder yang berupa data numerik. Adapun data yang digunakan terdiri dari *strike price*, dan harga saham sekarang (29 Juli 2022) dari saham PT Bank Central Asia Tbk (BBCA) yang diperoleh dari https://www.idx.co.id, data harga observasi call option diperoleh dari https://www.idx.co.id/id/data-pasar/laporan-statistik/.

2.2. Algoritma

Tahapan-tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1) Mencari harga observasi *call option* (C_{obs}) yang memiliki masa jatuh tempo dan *strike price* yang sama dengan saham induk, serta mencari harga saham sekarang dari *underlying asset*.
2) Menentukan fungsi volatilitas dan mencari turunan pertamanya.
3) Menyelesaikan persamaan dari fungsi volatilitas menggunakan metode numerik, yakni metode *Newton-Raphson*, metode *Secant*, dan metode *Bisection*.

a. Penyelesaian Menggunakan Metode *Newton-Raphson*

Langkah 1:Tetapkan hampiran awal (σ_{i-1}), $e_{tol} = 10^{-5}$, iterasi maksimum (max_*iter*) = 100 Langkah 2: Menghitung nilai $f(\sigma_{i-1})$ dan turunan pertama fungsinya $f'(\sigma_{i-1})$

Langkah 3: Menentukan nilai hampiran kedua (σ_i) yang terletak pada perpotongan garis singgung di $(\sigma_{i-1}, f(\sigma_{i-1}))$ dengan sumbu x, dapat dihitung menggunakan persamaan (6)

Langkah 4: Menghitung $|e_r|$ dengan persamaan (7)

Langkah 5: Melakukan pengecekan:

(i) Jika $|e_r| < e_{tol}$, maka iterasi selesai dengan $\sigma_i$sebagai solusi dari fungsi volatilitas $f(\sigma)$
(ii) Jika $|e_r| > e_{tol}$, kembali ke langkah 1.

b. Penyelesaian menggunakan metode *Secant*

Langkah 1: Tetapkan hampiran awal σ_{i-1} dan σ_i, $e_{tol} = 10^{-5}$, max_*iter* = 100
Langkah 2: Mengitung nilai $f(\sigma_{i-1})$ dan $f(\sigma_i)$
Langkah 3: Menentukan hampiran baru σ_{i+1} dengan persamaan (8)
Langkah 4: Menghitung $|e_r|$ dengan persamaan (7)

Langkah 5: Melakukan pengecekan

(i) Jika $|e_r| < e_{tol}$, maka iterasi selesai dengan σ_{i+1} sebagai solusi σ dari fungsi volatilitas $f(\sigma)$
(ii) Jika $|e_r| > e_{tol}$, makan kembali ke langkah 1 dengan menjadikan σ_i sebagai σ_{i-1} dan σ_{i+1} sebagai σ_i

c. Penyelesaian menggunakan metode *Bisection*

Langkah 1: Tetapkan hampiran awal σ_{i-1} dan σ_i, $e_{tol} = 10^{-5}$, max_*iter* = 100 Langkah 2: Hitung nilai $f(\sigma_{i-1})$ dan $f(\sigma_i)$

Langkah 3: Memeriksa bahwa fungsi berubah tanda sepanjang interval $[\sigma_{i-1}, \sigma_i]$, ini dapat diperiksa dengan: $f(\sigma_{i-1})f(\sigma_i) < 0$. Jika terpenuhi, hampiran awal dapat digunakan untuk iterasi berikutnya, namun jika tidak terpenuhi, pilih hampiran awal baru.

Langkah 4: Hampiran ketiga σ_{i+1} dapat ditentukan menggunakan persamaan (9).
Langkah 5: Hitung nilai $f(\sigma_{i+1})$
Langkah 6: Lakukan evaluasi sebagai berikut untuk menentukan di dalam subinterval mana akar fungsi terletak:
(i) Jika $f(\sigma_{i-1})f(\sigma_{i+1}) < 0$, maka $\sigma_i = \sigma_{i+1}$
(ii) Jika $f(\sigma_{i-1})f(\sigma_{i+1}) > 0$, maka $\sigma_{i-1} = \sigma_{i+1}$
Langkah 7: Menghitung $|e_r|$ dengan persamaan (7)
Langkah 8: Melakukan pengecekan.
(i) Jika $|e_r| < e_{tol}$, dengan i = 1,2,…,n, maka iterasi selesai dengan σ_{i+1} sebagai solusi σ dari fungsi volatilitas $f(\sigma)$
(ii) Jika $|e_r| > e_{tol}$, dengan i = 1,2,…,n, maka Kembali ke Langkah 4.

4) Membandingkan nilai taksiran *Implied Volatility*, kecepatan iterasi, serta membandingkan keakuratan masingmasing metode dengan membandingkan nilai *error relatif* $|e_r|$ dari masing-masing metode.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Fungsi volatilitas dapat didefinisikan sebagai

$$f(\sigma) = Cobs - (S_t N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2)) \tag{10}$$

atau

$$f(\sigma) = C_{obs} - C_{BS}(\sigma) \tag{11}$$

adalah kontinu dan memiliki turunan sebagai berikut:

$$f'(\sigma) = -\frac{\partial C_{Bs}(\sigma)}{\partial \sigma}$$

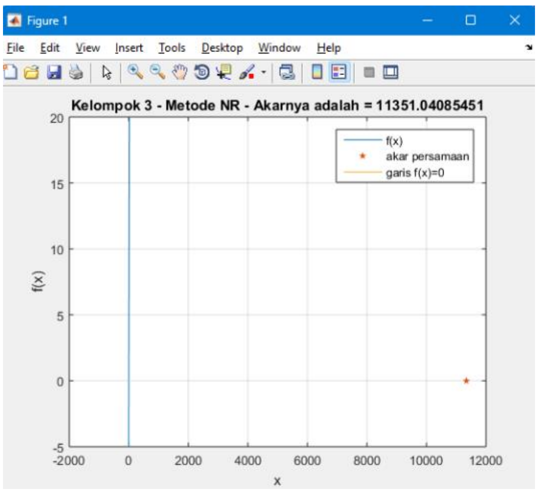
$$= -S_t\sqrt{T-t}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{d_1^2}{2}}. \tag{12}$$

adalah kontinu.

Teorema Eksistensi dan Ketunggalan (Waluya [5]), "Misalkan f dan $\partial f/\partial\sigma$ kontinu, maka solusinya ada dan tunggal". Dalam hal ini, diperoleh bahwa $f(\sigma)$ dan $\frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma}$ kontinu, maka Teorema Eksistensi dan Ketunggalan terpenuhi, yaitu terdapat solusi tunggal dari persamaan (11).

Tabel 1. Iterasi dengan menggunakan metode *newton-raphson*

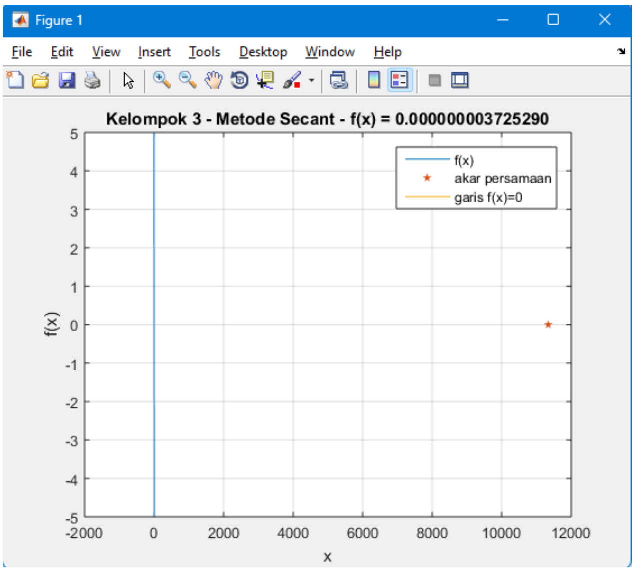
Iiterasi	σ(i)	f(σ(i))	f_diff(σ(i))	|e(r)|
1	11351.040854505869	0.00000000000000000000	-2696.9669479999998	0.99972913427504928000
2	11351.040854505869	0.00000000000000000000	-2696.9669479999998	0.00000000000000000000
Akarnya adalah = 11351.040854505				



Gambar 1. Grafik metode *newton-raphson*

Tabel 2. Iterasi dengan menggunakan metode *secant*

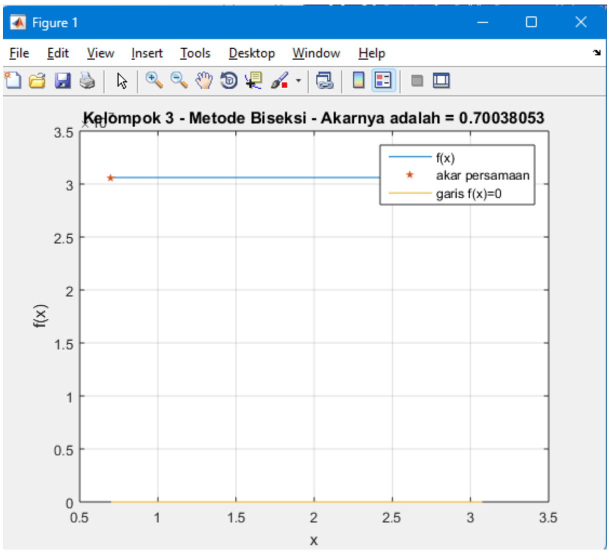
Iterasi	σ(i)	f(σ(i))	|e(r)|
1	11351.040855	0.000008989125490	0.9999382985
2	11351.040855	0.000000003725290	0.0000000000
Akarnya adalah = 11351.0408545059			



Gambar 2. Grafik metode *metode secant*

Tabel 3. Iterasi dengan menggunakan metode *bisection*

Iterasi	σ(i-1)	σ (i+1)	σ(i)	f(σ (i-1))	f(σ(i+1))	f(σ(i))	f(σ(i-1))*f(σ(i+1))	f(σ(i-1))*f(σ(i))	(σ(i-1)-(σ(i+1))	|e(r)
1	3.07460791	0.70037600	1.88749196	30608291.50658275	30611493.11907683	30608291.50658275	936867498701623.12	936769513063435.87	2.37423191	0.6289382860
2	1.88749196	0.70037600	1.29393398	30609892.31282979	30611493.11907683	30609892.31282979	936965504840455.62	936916506896200.75	1.18711595	0.4587235422
3	1.29393398	0.70037600	0.99715499	30610692.71595331	30611493.11907683	30610692.71595331	937014507909871.87	936990007656454.00	0.59355798	0.2976257373
4	0.99715499	0.70037600	0.84876549	30611092.91751507	30611493.11907683	30611092.91751507	937039009444580.00	937026758997548.50	0.29677899	0.1748297915
5	0.84876549	0.70037600	0.77457075	30611293.01829595	30611493.11907683	30611293.01829595	937051260211934.00	937045134908337.62	0.14838949	0.0957882123
6	0.77457075	0.70037600	0.73747337	30611393.06868639	30611493.11907683	30611393.06868639	937057385595611.00	937054322923792.62	0.07419475	0.0503033396
7	0.73747337	0.70037600	0.71892469	30611443.09388161	30611493.11907683	30611443.09388161	937060448287449.50	937058916946535.37	0.03709737	0.0258005979
8	0.71892469	0.70037600	0.70965034	30611468.10647922	30611493.11907683	30611468.10647922	937061979633368.87	937061213961660.50	0.01854869	0.0130688916
9	0.70965034	0.70037600	0.70501317	30611480.61277802	30611493.11907683	30611480.61277802	937062745306328.50	937062362470161.37	0.00927434	0.0065774256
10	0.70501317	0.70037600	0.70269459	30611486.86592743	30611493.11907683	30611486.86592743	937063128142808.25	937062936724646.50	0.00463717	0.0032995641
11	0.70269459	0.70037600	0.70153529	30611489.99250213	30611493.11907683	30611489.99250213	937063319561048.25	937063223851947.75	0.00231859	0.0016525083
12	0.70153529	0.70037600	0.70095565	30611491.55578948	30611493.11907683	30611491.55578948	937063415270168.12	937063367415613.00	0.00115929	0.0008269374
13	0.70095565	0.70037600	0.70066582	30611492.33743316	30611493.11907683	30611492.33743316	937063463124728.12	937063439197449.37	0.00057965	0.0004136397
14	0.70066582	0.70037600	0.70052091	30611492.72825499	30611493.11907683	30611492.72825499	937063487052008.12	937063475088368.50	0.00028982	0.0002068627
15	0.70052091	0.70037600	0.70044846	30611492.92366591	30611493.11907683	30611492.92366591	937063499015648.12	937063493033828.25	0.00014491	0.0001034420
16	0.70044846	0.70037600	0.70041223	30611493.02137137	30611493.11907683	30611493.02137137	937063504997468.120	937063502006558.00	0.00007246	0.0000517237
17	0.70041223	0.70037600	0.70039411	30611493.07022410	30611493.11907683	30611493.07022410	937063507988378.00	937063506492923.00	0.00003623	0.0000258625
18	0.70039411	0.70037600	0.70038506	30611493.09465047	30611493.11907683	30611493.09465047	937063509483833.00	937063508736105.62	0.00001811	0.0000129314
19	0.70038506	0.70037600	0.70038053	30611493.10686365	30611493.11907683	30611493.10686365	937063510231560.62	937063509857696.87	0.00000906	0.0000064658
Akarnya adalah = 0.7003805285										



Gambar 3. Grafik metode *metode bisection*

Tabel 4. Perbandingan Nilai Volatilitas, Kecepatan Iterasi, dan *Error* Relatif dan dari Metode *Newton-Raphson,* Metode *Secant* dan Metode *Bisection*

	Metode		
	Newton-Rapshon	*Secant*	*Bisection*
Implied Volatility (σ)	11351,04%	11351,04%	7,00385%
Berhenti pada iterasi ke-i	2	2	19
Error Relatif |e(r)|	0	0	0.0000064658

Berdasarkan Tabel 1, dapat ditarik kesimpulan bahwa nilai volatilitas diperoleh pada iterasi ke-3 yaitu dengan nilai σ = 113.5104 = 11351,04% dan *error* relatif $|e_r| = 0$. Berdasarkan Tabel 2, dapat ditarik kesimpulan bahwa nilai volatilitas diperoleh pada iterasi ke-4 yaitu dengan nilai σ = 113.5104 = 11351,04% dan *error* relatif $|e_r| = 0$. Berdasarkan Tabel 3, dapat ditarik kesimpulan bahwa nilai volatilitas diperoleh pada iterasi ke-16 yaitu dengan nilai σ = 0.0700385 = 7,00385% dan *error* relatif $|e_r|$ = 0.0000064658. Berdasarkan Tabel 4 diperoleh hasil simulasi menggunakan metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant* dengan nilai *Implied Volatility* yang sama, yaitu 11351,04% sedangkan untuk metode *Bisection* memperoleh nilai *Implied Volatility* sebesar 7,00385%. Simulasi berhenti secara berturutturut pada iterasi ke-2; 2; 19 dengan nilai *error* relatif secara berturut-turut sebesar 0 ; 0; 0.0000064658. *Implied Volatility* yang diperoleh menggunakan metode *Newton-Raphson* dan *Secant* memiliki nilai yang sama dari nilai *Implied Volatility* di pasar modal, yaitu sebesar 11351,04%. Sedangkan metode *Bisection* memiliki nilai yang lebih kecil dari nilai *Implied Volatility* di pasar modal.

Berdasarkan tabel 1, 2, dan 3, diperoleh bahwa pada iterasi ke-2 metode *Newton-Raphson*, metode *Secant* dan metode *Bisection* secara berturut-turut memiliki *error* relatif sebesar 0; 0; 0,4587235422 . Dalam hal ini metode *Newton-Rapshon* dan metode *Secant* memiliki error relatif terkecil pada iterasi ke-2 yaitu sebesar 0. Artinya, metode *Secant* dan *Newton-Raphson* lebih akurat dibandingkan metode *Bisection.* Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa metode *Newton-Rapshon* dan metode *Secant* adalah metode terbaik dalam menaksir *Implied Volatility* saham BBCA, karena metode *Newton-Rapshon* dan metode *Secant* dapat menampilkan galat terkecil dengan konvergennya paling sedikit dibandingkan metode *Bisection.*

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, estimasi *Implied Volatility* saham menggunakan metode *Newton-Raphson*, metode *Secant* dan metode *Bisection* dengan hampiran awal 3,07460791 dan hampiran kedua 0,7003763 untuk metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant* memiliki perolehan nilai *Implied Volatility* yang sama, yaitu 11351,04% yang nilainya lebih tinggi dari *Implied*

Volatility di pasar modal yang akan mengakibatkan harga opsi menjadi mahal. Metode *Bisection* lebih lambat konvergen, yaitu pada iterasi ke-19 dan menghasilkan error relatif yang lebih besar daripada metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant.* Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa metode *Secant* dan *Newton-Raphson* adalah metode terbaik dalam menaksir *Implied Volatility* saham BBCA, karena metode *Secant* dan *Newton-Raphson* dapat menampilkan galat terkecil dengan konvergen yang sedikit dibandingkan metode *Bisection.*

4.2. Saran

Metode *Newton-Raphson*, *Secant* dan *Bisection* tidak dapat memberikan keputusan di dalam pasar modal, metode ini hanya dapat menaksir nilai *Implied Volatility*, yang dapat digunakan sebagai gambaran/acuan dalam melakukan suatu keputusan. *Implied Volatility* juga dapat ditaksir menggunakan metode GARCH (*conditional volatility*), Monte Carlo dengan simulasi, dan Model Heston dengan stokastik volatilitas.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Black, F. & Scholes, M., 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. The Journal of Political Economy, 81(3), PP. 637-659.
[2] Dharmawan, Komang & Widana, I Nyoman., 2011. Aplikasi Algoritma Biseksi dan Newon-Raphson dalam Menaksir Nilai Volatilitas Implied. Jurnal Matematika Vol. 2 No. 1, Desember 2011. ISSN: 1693-1394.
[3] Heston, S. and S Nandi. 2000.A Closed-Form GARCH Option Valuation Model. The Review-of-Financial-Studies. 13 (3) 585-625.
[4] Higham, Desmond J., 2004, An Introduction to Financial Option Valuation, Cambridge University Press, USA.
[5] Hull, C. John, 2006, Option, Futures, and Other Derivatives 6th edition, Pearson Education Inc, New Jersey, USA
[6] Hull, J C and A. White 1987.The pricing of on assets with stochastic volatilities. Journal ofFinance 1987
[7] IDXCompanyFactSheet.2022. Bank Central Asia Tbk, di akses dari https://www.idx.co.id/Media/20220907/idx-company-fact-sheet-lq45-2022-01.pdf
[8] Lee, Roger. W., 2002. Implied Volatility: Statics, Dynamics, and Probabilitic Interpretation. Recant Advances in Applied Probability 2005, pp. 241-268.
[9] Mathews, John H., 1992. Numerical Methods. For Mathematics, Science, and Engineering. Second edition. USA: Prentice-Hall International, Inc.
[10] Mathews, John H. 2001.Numerical Methods for Mathematics, Science, and Engineering. SecondEdition. Prentice-Hall, Inc. United States of America
[11] Nugroho, Didit Budi. 2007.Metode Newton-Raphson dan Bagi Dua untuk Menghitung Implied Volatility dari Suatu Aset. Jurnal Teknologi Informasi-Aiti.Universitas Kristen Satya Wacana
[12] Waluya, St. Budi., 2006. Buku Ajar Persamaan Diferensial, 21-23.